

MEFOP SEMINARI

IL RUOLO DELL'ATTUARIO NELL'ATTIVITA' DEGLI INVESTITORI PREVIDENZIALI



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

ROMA, 20 MARZO 2015



*Investitori previdenziali ed equilibrio attuariale: gestione diretta, gestione
convenzionata e sistemi di controllo dei rischi*

Paolo De Angelis
Università Sapienza
Associazione Consulenza Ricerca Attuariale

INDICE

- ❑ Le dimensioni della previdenza complementare in Italia
- ❑ DM 703/1996 e DM 166/2014: analisi comparativa
- ❑ Sistemi e modelli per il controllo dei rischi nella gestione dei fondi pensione
- ❑ La logica ALM e l'approccio di tipo Risk Capital Based
- ❑ Il pricing delle garanzie finanziarie
- ❑ Considerazioni finali

INTRODUZIONE STATISTICA

IL SISTEMA DEI FONDI PENSIONE: IL LIVELLO DI CAPITALIZZAZIONE ATTUALE E LA STRUTTURA DEMOGRAFICA DELLA POPOLAZIONE ADERENTI

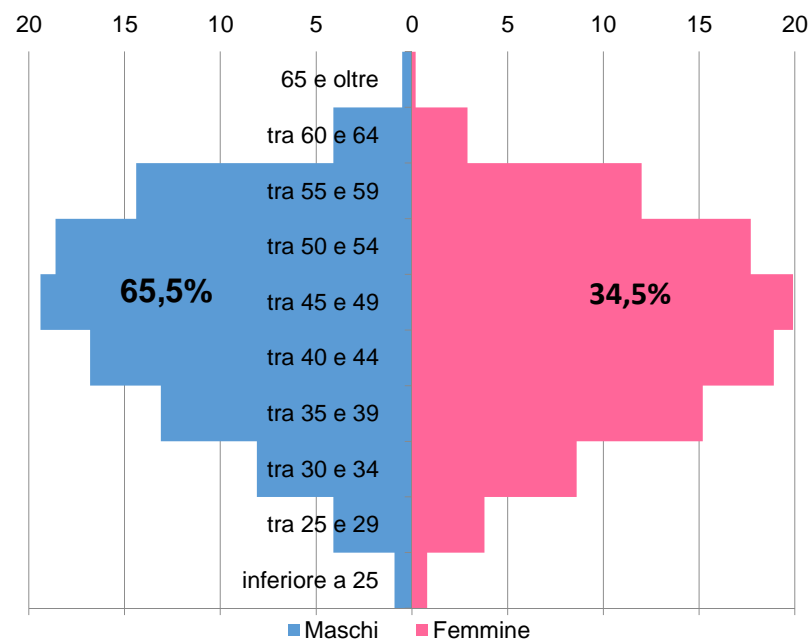
Iscritti a forme pensionistiche complementari*

	Iscritti ⁽¹⁾	
	Numero	var. % 2013/2012
Fondi pensione negoziali	1.950.552	-1
Fondi pensione aperti	984.584	7,7
Fondi pensione preesistenti	654.627	-1,1
PIP "nuovi"	2.134.038	18,9
Totale	5.760.578	7,1
PIP "vecchi"	505.110	
Totale generale	6.203.763	6,1

Fonte: Relazione annuale 2013 Covip

(1) I dati possono includere duplicazioni relative a soggetti iscritti contemporaneamente a più forme. Sono inclusi gli iscritti che non hanno effettuato versamenti nell'anno e i cosiddetti differiti. Sono esclusi i pensionati.

Fondi negoziali: Distribuzione degli iscritti per classi di età e sesso*



*dati di fine 2013; valori percentuali

Fonte: Relazione annuale 2013 Covip

IL SISTEMA DEI FONDI PENSIONE: IL LIVELLO DI CAPITALIZZAZIONE ATTUALE E LA STRUTTURA DEMOGRAFICA DELLA POPOLAZIONE ADERENTI

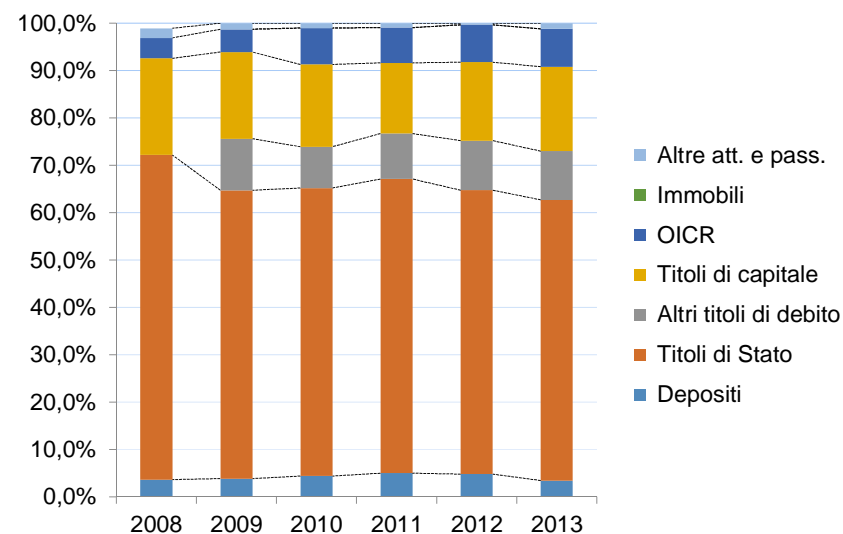
Composizione del patrimonio delle forme pensionistiche complementari*

	Fondi pensione aperti e Fondi pensione			Totale	
	Fondi pensione negoziali	Pip "nuovi"	preesistenti	Importi	%
	%	%	%		
Depositi	3,40%	6,13%	5,93%	4.329	4,98%
Titoli di Stato	59,65%	48,92%	39,25%	43.543	50,14%
Altri titoli di debito	10,39%	11,20%	11,55%	9.544	10,99%
Titoli di capitale	17,90%	16,83%	13,26%	14.010	16,13%
OICR	8,05%	16,87%	14,52%	10.963	12,62%
Immobili	0,00%	0,00%	10,71%	2.928	3,37%
Altre att. e pass.	0,61%	0,04%	4,37%	1.415	1,63%
Totale	100,00%	100,00%	100,00%	86.843	100,00%
Distribuzione per forma pensionistica	39,73%	28,79%	31,48%		100,00%

*dati di fine 2013; valori percentuali; importi in milioni di euro

Fonte: Relazione annuale 2013 Covip

Composizione del patrimonio dei fondi negoziali*



* dati di fine anno; valori percentuali

Fonte: Relazione annuale 2008-2013 - Covip

IL SISTEMA DEI FONDI PENSIONE: IL LIVELLO DI CAPITALIZZAZIONE PROSPETTICA.

HP:tasso di interesse 3%

HP: saldo annuo entrate e uscite
-0,86%



- **Analisi comparativa D.M. 703/1996 vs. D.M. 166/2014**

LA STORIA DEL PERCORSO NORMATIVO

Data	Riferimento normativo	Contenuto
21 novembre 1996	D.M. 703/1996 (G.U. 22 febbraio 1997 n. 44)	Regolamento recante le norme sui criteri e sui limiti di investimento delle risorse dei fondi di pensione e sulle regole in materia di conflitto di interesse (in vigore dal 9/3/97)
3 giugno 2003	Direttiva EPAP 2003/41/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio	Relativa alle attività e alla supervisione degli enti pensionistici aziendali o professionali
21 aprile 2004	Direttiva MIFID 2004/39/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio	<p><i>Principio della persona prudente / Sicurezza ed efficacia dei rendimenti finanziari</i></p> <p>Relativa ai mercati degli strumenti finanziari, che modifica le direttive 85/611/CEE e 93/6/CEE del Consiglio e la direttiva 2000/12/CE del Parlamento europeo e del Consiglio e che abroga la direttiva 93/22/CEE del Consiglio</p> <p><i>Tutela degli Investitori / Principio della trasparenza e disciplina del conflitto di interesse / Potenziamento governance / Integrità ed efficienza dei mercati/ Rafforzamento meccanismi concorrenziali (nuove sedi di negoziazione affiancano i mercati regolamentati)</i></p>

LA STORIA DEL PERCORSO NORMATIVO

Data	Riferimento normativo	Contenuto
5 dicembre 2005	D. lgs.vo 252/2005 (G.U. 13 dicembre 2005 n. 289 S.O. n. 200)	Disciplina delle forme pensionistiche complementari (non ancora recettivo della direttiva EPAP)
6 febbraio 2007	D. lgs.vo 28/2007 (G.U. 24 marzo 2007 n. 70)	Attuazione della direttiva 2003/41/CE in tema di attività e di supervisione degli enti pensionistici aziendali o professionali-introduzione del co. 5bis art.6 d.lgs.vo 252/2005
2008	Documento di consultazione del Ministero del Tesoro	Disciplina dei limiti agli investimenti e dei conflitti d'interesse per i fondi pensione
4 febbraio 2014	Parere del Consiglio di Stato 422/2014	Il Consiglio di Stato esprime il suo parere sullo schema di decreto del MEF relativo all'art. 6 co. 5 bis recante norme sui criteri e limiti di investimento delle risorse dei fondi pensione e sulle regole in materia di conflitti di interesse
2 settembre 2014	D.M. 166/2014 (G.U. 13 novembre 2014 n. 264)	Regolamento di attuazione dell'articolo 6, comma 5-bis del decreto legislativo 5 dicembre 2005 n. 252, recante norme sui criteri e limiti di investimento delle risorse dei fondi pensione e sulle regole in materia di conflitti di interesse (in vigore dal 28 novembre 2014)

ANALISI COMPARATIVA: PRINCIPI E REGOLE



CRITERI DI GESTIONE, STRUTTURE ORGANIZZATIVE E PROCEDURE: PRINCIPIO DELLA SANA E PRUDENTE GESTIONE

Ottimizzazione della combinazione **redditività-rischio**

- qualità
- liquidabilità
- rendimento
- rischio

Diversificazione del portafoglio

- concentrazione rischio
- emittente
- gruppi di imprese
- settori di attività
- aree geografiche

Efficiente gestione e dimensione/ complessità_**strate gie di investimento coerenti con**

- profilo di rischio delle passività
- struttura temporale delle passività

Filosofia del **controllo e monitoraggio** del rischio

- procedure e strutture tecniche adeguate
- verifica ex post dei risultati della gestione
- parametri di riferimento coerenti con obiettivi e politica di investimento

LIMITI DI INVESTIMENTO

Tipologia di Investimenti	Limiti rispetto alle disponibilità complessive
Strumenti finanziari negoziati in mercati regolamentati	In via prevalente
Strumenti finanziari non negoziati in mercati regolamentati e in OICR alternativi (FIA)	Nel limite del 30%
Strumenti finanziari emessi da: <ul style="list-style-type: none">- uno stesso soggetto- soggetti appartenenti allo stesso gruppo	Nel limite del 5% Nel limite del 10%
Strumenti finanziari connessi a merci	Nel limite del 5%
Esposizione valutaria al netto di coperture	Nel limite del 30%

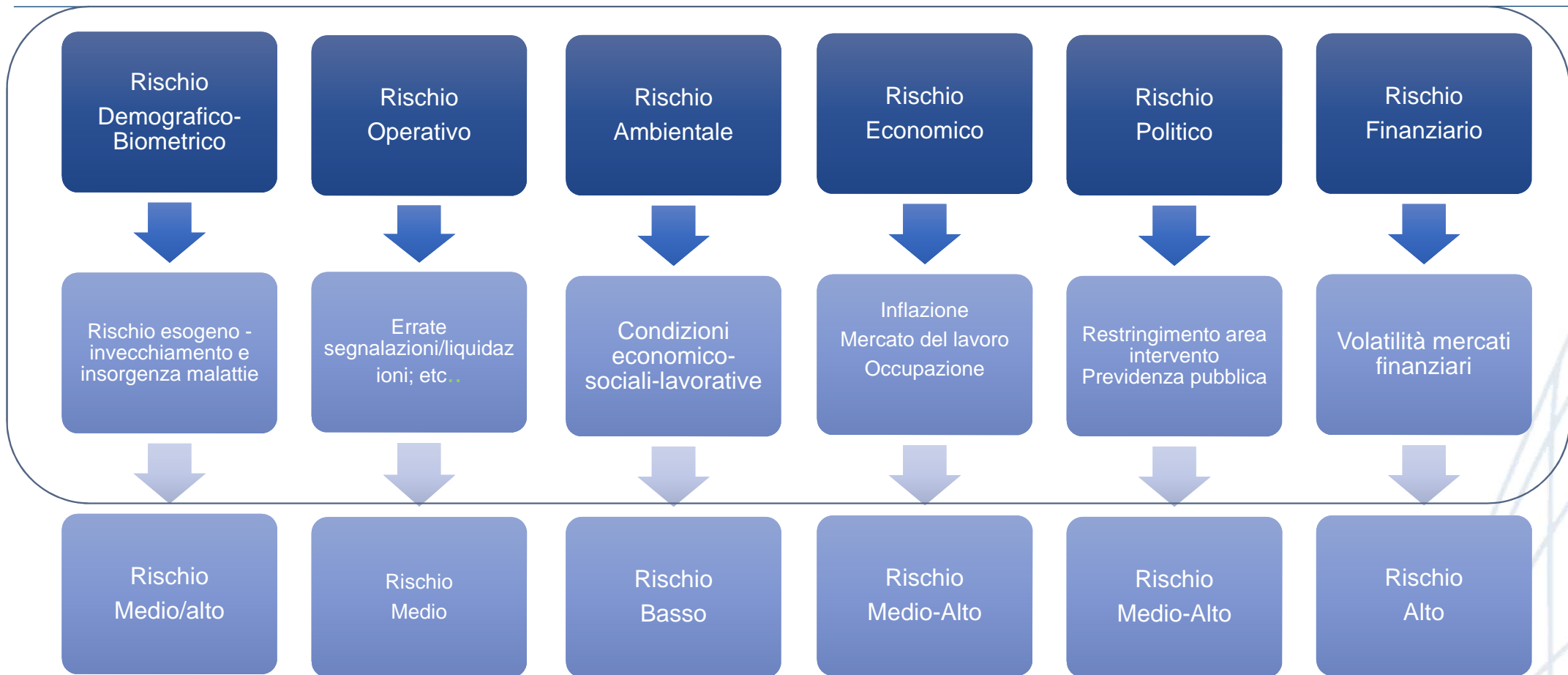
OPERAZIONI IN DERIVATI

- **I derivati possono essere utilizzati per finalità di:**
 - ❑ Riduzione del rischio di investimento
 - ❑ Realizzazione della gestione efficiente
- **La valutazione dei rischi connessi con l'operatività dei derivati:**
 - ❑ Monitoraggio dell'esposizione generata
 - ❑ Controllo del livello di rischio rispetto al portafoglio «finanziario replicante»



▪ Fonti di rischio

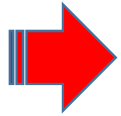
I RISCHI TIPICI NELLA GESTIONE DEI FONDI PENSIONE



I DRIVER DI RISCHIO NELLA GESTIONE DELLA PREVIDENZA

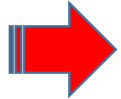
- FASE DI ACCUMULAZIONE/DECUMULAZIONE DEL RISPARMIO ASSICURATIVO-PREVIDENZIALE:

- RISCHIO FINANZIARIO:



RISCHIO DI TASSO DI INTERESSE
RISCHIO DI MISMATCHING
RISCHIO DI CAMBIO
RISCHIO DI CONTROPARTE
RISCHIO DI PERFORMANCE

- RISCHIO DEMOGRAFICO:



RISCHIO DI LONGEVITA'
RISCHIO DI MORTALITA'
RISCHIO BIOMETRICO



VERSO UN MODELLO INTERNO UNICO PER LA VALUTAZIONE ED IL
MONITORAGGIO DEI RISCHI

III

- **Sistemi di controllo: dal bilancio tecnico verso un modello ALM**

MONITORAGGIO DEI RISCHI: IL BILANCIO TECNICO

- ❖ Finalità: **PREVISIONE** dell'equilibrio tecnico- economico – finanziario.
- ❖ Struttura :
 - Conto Economico Previsionale
 - Stato Patrimoniale
- ❖ Tecnica: Valori Medi - Speranza Matematica vs Simulazione stocastica
- ❖ Grandezze osservate: contributi, prestazioni pagate, proventi finanziari, spese generali, saldo previdenziale, saldo totale.....**PATRIMONIO**

MONITORAGGIO DEI RISCHI: IL BILANCIO TECNICO

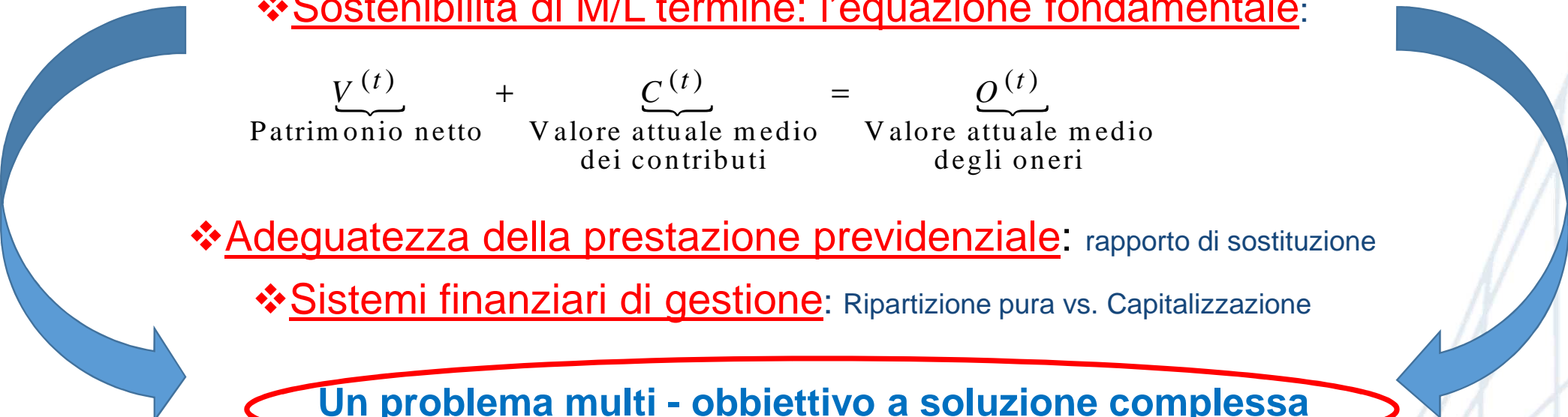
❖ Ipotesi Demografiche:

- Tavola di mortalità, Frequenze di invalidità, Frequenze di passaggio

❖ Ipotesi Economico-Finanziarie:

- Tasso annuo di inflazione, Tasso annuo di interesse, Tasso annuo reale crescita redditi - evoluzione per carriera, Tasso annuo variazione PIL

❖ Sostenibilità di M/L termine: l'equazione fondamentale:


$$\underbrace{V(t)}_{\text{Patrimonio netto}} + \underbrace{C(t)}_{\text{Valore attuale medio dei contributi}} = \underbrace{O(t)}_{\text{Valore attuale medio degli oneri}}$$

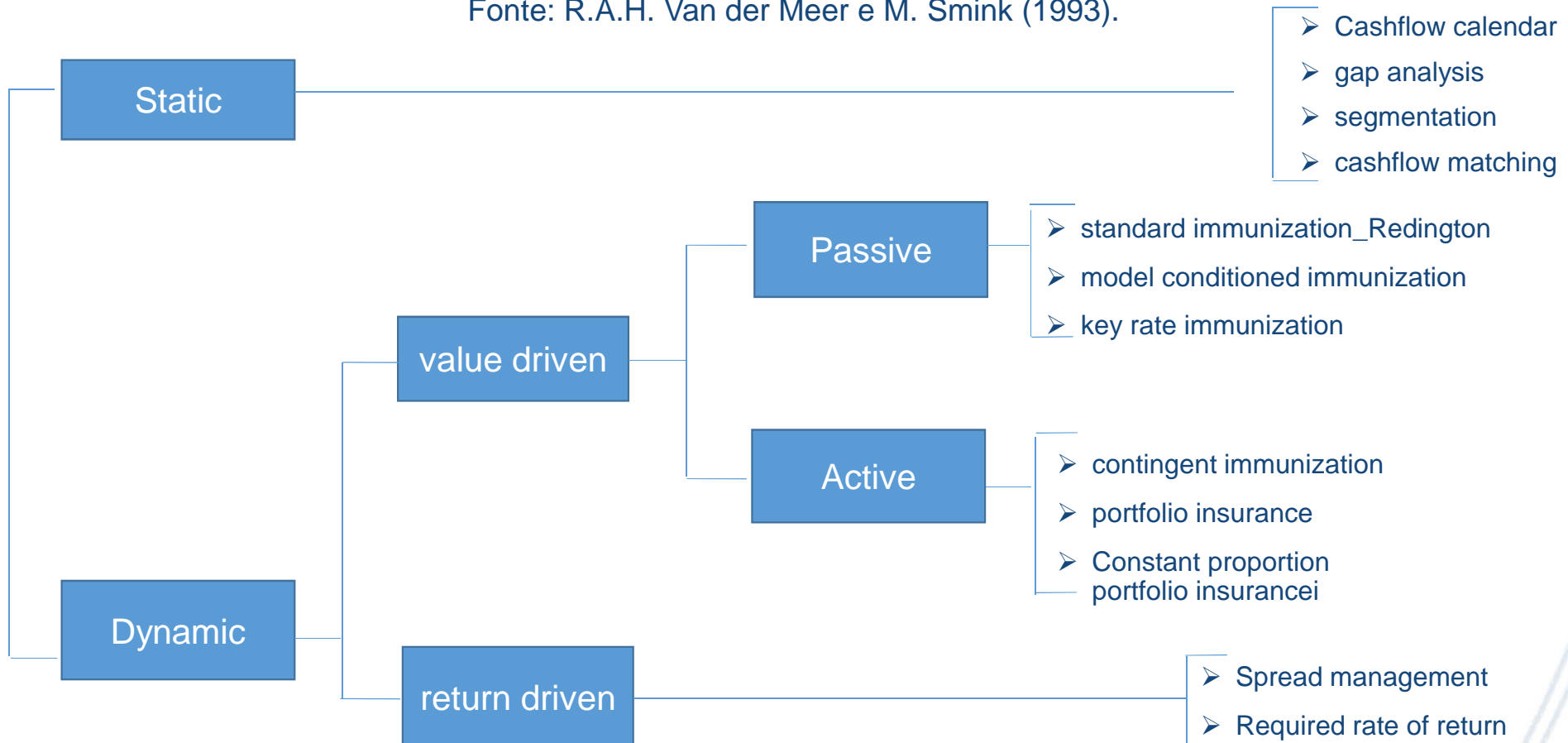
❖ Adeguatezza della prestazione previdenziale: rapporto di sostituzione

❖ Sistemi finanziari di gestione: Ripartizione pura vs. Capitalizzazione

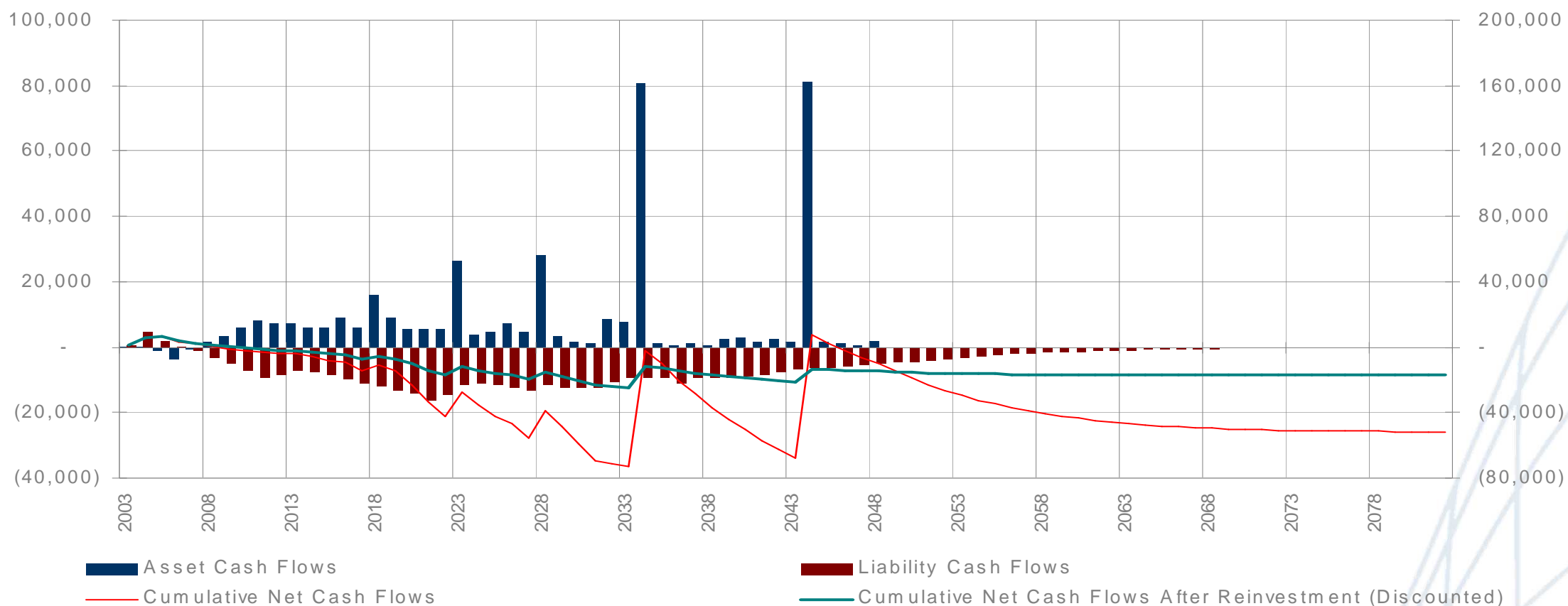
Un problema multi - obbiettivo a soluzione complessa

MODELLI ALM PER LA GESTIONE DEL RISCHIO DI TASSO DI INTERESSE

Fonte: R.A.H. Van der Meer e M. Smink (1993).



I MODELLI DI ALM PER LA GESTIONE FINANZIARIA DEI FONDI PENSIONE



TECNICHE DI ALM E STRATEGIE DI INVESTIMENTO

BUY AND HOLD



strategia non dinamica sul BMK
per quantità di composizione
fissate

CONSTANT MIX



strategia non dinamica per quote
di composizione proporzionali
costanti

contrarian strategy

CONSTANT PROPORTION



strategia dinamica con regola
di allocazione tra asset
rischiosi e asset non rischiosi

momentum strategy

TECHNICAL STRATEGIES



strategia dinamica market path
dependent fondata su analisi
grafiche o statistiche

momentum strategy

LIABILITY DRIVEN STRATEGY & ALM APPROACH

LIABILITY DRIVEN STRATEGY

PERFECT MATCHING PER SCADENZA ATTIVO-PASSIVO



STRATEGIA A MINIMO RISCHIO: LIABILITY HEDGING PORTFOLIO



IL PORTAFOGLIO LDI:

- ❑ Close matching notional ZCB portfolio: procedure di coupon stripping; rollover sulla curva dei tassi di interesse a breve termine e swap;
- ❑ Close matching inflation-linked ZCB portfolio: rollover sulla curva dei tassi di interesse e sulla curva degli swap dei tassi di inflazione.



LA CREAZIONE DEL VALORE E IL RISKY ASSET

FREE CAPITAL= MC- PREZZO A PRONTI DI ZCB DI COPERTURA

TARGET PREVIDENZIALE=F(ADEGUATEZZA,SOSTENIBILITÀ) VERSO UN MODELLO DI ALM STOCASTICO INTEGRATO

Adeguatezza

Modelli di ALM secondo
l'approccio cash-flow
matching con variabile
strategica:



**RAPPORTO
SOSTITUZIONE
TARGET**

Sostenibilità

Modelli di
Ottimizzazione dinamica
con vincolo:



**FUNDING RATIO
TARGET**

IV

Verso un processo di definizione di requisiti patrimoniali ai fini di solvibilità



IORP II

L'EVOLUZIONE NORMATIVA DI SETTORE PER IL CONTROLLO DEL RISCHIO

- **COVIP– Deliberazione 16/3/2012 – art. 3 co. 2,3 e 4:** co. 2 ...quello di perseguire **combinazioni rischio-rendimento efficienti** in un determinato arco temporale, coerente con quello delle prestazioni da erogare.....; co. 3 ... a tale fine vanno attentamente analizzate le **caratteristiche socio-demografiche della popolazione di riferimento** e i suoi **bisogni previdenziali**....co. 4 ... Va inoltre indicata la **probabilità** che, anche in base all'esperienza passata, **il rendimento dell'investimento**, nell'orizzonte temporale della gestione, risulti **inferiore** a un determinato **limite**.
- **Ministero Economia e Finanze – Fondi Pensione - Decreto 7 dicembre 2012 – n. 259 ex-art. 7 – bis Dlgs n. 252/2005:**
 - **Riserve tecniche adeguate agli impegni finanziari**
 - **Attività supplementari rispetto alle riserve tecniche**
 - **Requisiti patrimoniali di solvibilità**
 - **Piano di riequilibrio e profilo di rischio Attivo/Passivo**
- **Covip – Lettera circolare** su “l'utilizzo dei **giudizi delle agenzie di rating** da parte delle forme pensionistiche complementari” – **22/7/2013**.

LEGGE N. 214/2011

Art. 24 – co. 24

- <<..... In considerazione dell'esigenza di assicurare l'**equilibrio finanziario** delle rispettive gestioni in conformità alle disposizioni di cui Dlgs . N. 509/1994 e Dlgs. N. 103/1996, gli Enti... nell'esercizio della loro **autonomia gestionale**adottano misure volte ad assicurare l'**equilibrio** tra entrate contributive e spesa per prestazioni pensionistiche secondo **bilanci tecnici** riferiti ad un arco temporale di **50 anni**.....OMISSIS.....a) le disposizioni di cui al comma 2 del presente articolo sull'applicazione del **pro-rata** agli iscritti delle relative gestioni.....>>

ECONOMIC CAPITAL E FAIR VALUE DELLE PASSIVITA' PREVIDENZIALI

The required capital is defined as the excess of the insurer's required assets over its liabilities to avoid insolvency over the specified time horizon at some given level of risk tolerance.

$$K(X) = \rho_{\alpha}(X) - P(X)$$

$K(X)$ = required capital

$\rho_{\alpha}(X)$ = risk measure

$P(X)$ = fair value of liabilities

REQUISITI PATRIMONIALI E LOGICA ALM

- La logica ALM :
 - PROJECTED EXPECTED PRESENT VALUE
 - CASH FLOW MATCHING
 - PROBABILITY DISTRIBUTION
 - PRICING EMBEDDED OPTIONS
 - RISK MEASURE AND AGGREGATION PROCEDURE
 - PARAMETERS CALIBRATION



STANDARD MODEL vs. INTERNAL MODELS

MODELLO STANDARD VS. MODELLO INTERNO

- **Modello standard:**

- Scenario Testing Approach_Factor Based Formula:
 - BASIC OWN FUND
 - SCENARIO
 - SCR

$$BOF_T^{SCENARIO_BASE} = A_T - L_T$$

$$SCR_T = BOF_T^{SCENARIO_K} - BOF_T^{SCENARIO_BASE}$$

VERSO UN MODELLO DI ALM STOCASTICO INTEGRATO: PROJECTED CASH FLOW MATCHING APPROACH

$$\{\tilde{\mathbf{x}}(\alpha), \tilde{\mathbf{y}}; \mathbf{t}\}$$

$\tilde{\mathbf{x}}(\alpha): \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, contributivie redditi

$\alpha: \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p\}$, p = asset classes

$$x_j = \sum_{s=1}^p \alpha_s R_{s,[j]}$$

$\tilde{\mathbf{y}}: \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, prestazioni previdenziali

$$\tilde{\Delta}_k = x_k - y_k, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{condizionedi solvibilità: } E \left[\sum_k \tilde{\Delta}_k \tilde{v}(t, t_k) \right] \geq 0$$

FASI IMPLEMENTAZIONE MODELLO DI ALM STOCASTICO

Fase 1: Selezione dei modelli stocastici di evoluzione dei fattori di rischio attuariale:

- modelli di longevity risk a tempo discreto e a tempo continuo
- modelli stocastici per i rischi biometrici

Fase 2: Selezione dei modelli stocastici di evoluzione delle fonti di rischio finanziario ed economico:

- modelli di evoluzione della struttura per scadenza dei tassi di interesse
- modelli di evoluzione della struttura per scadenza delle probabilità di default per classe di rating
- modelli di evoluzione intertemporale dei prezzi del segmento equity

Fase 3: Calibrazione dei parametri:

- rischio neutralità vs. real world
- volatilità storica vs. volatilità stocastica
- scelta delle variabili strategiche per la specificazione della F.O. nel processo di ottimizzazione

Fase 4: Modellizzazione delle strategie di investimento:

- Buy & Hold, Duration Matching, CPPI, Duration-Convexity Strategy, Life Cycle Strategy

Fase 5: Validazione del modello:

- rischio di modello
- rischio di parametro

MODELLI STOCASTICI DI MORTALITA': MODELLI A TEMPO DISCRETO

[PITACCO ED ALTRI, 2006,2009]

Lee – Carter [1992]:

α_x : media di $\ln m_x(t)$ su t

β_x : devianza tasso variazione per effetto età

k_t : fattore variazione intertemporale

$$\ln m_x(t) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$
$$\sum_t k_t = 0, \quad \sum_x \beta_x = 1, \quad \varepsilon_{x,t} \approx N(0, \sigma)$$

$$k_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i k_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$dk_t = \delta(t, k_t)dt + \sigma(t, k_t)dW_t$$

Renshaw – Haberman [2003, 2006]

Cairns, Dowd, Blake [2006, 2008]

Currie, Durban, Eilers [2004]

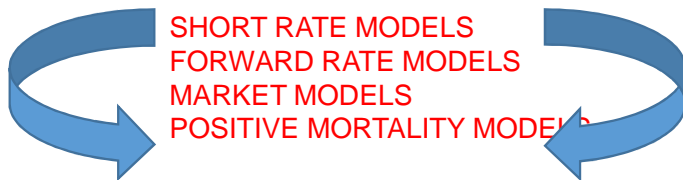
- Parametro effetto coorte
- Nx3 parametri a struttura variabile su logit di $q(x)$
- P-Splines, effetto smoothing

AGE-PERIOD vs AGE-PERIOD-COHORT

MODELLI STOCASTICI DI MORTALITA': MODELLI A TEMPO CONTINUO

Mean - Reverting Brownian Gompertz:

- Milevsky, Promislow [2001]
- Dahl [2004]
- Biffis, Denuit, Devolder [2005]
- Biffis, Millosovich [2006]
- Baione, De Angelis, Fortunati [2006]
- Baione, De Angelis, Ottaviani [2009]



$$\mu_{x+t:t} = \mu_{x:0} e^{g_x t + \sigma_\mu Y_t}$$

$$\text{con } g_x, \sigma_\mu, \mu_{x:0} > 0$$

g_x correzione deterministica effetto età e longevity risk
 σ_μ deviazione standard di

$\mu_{x+t:t}$

processo mean-reverting

Y_t

$$dY_t = -bY_t dt + dW_t^\mu \quad \text{con } Y_0 = 0, b \geq 0$$

b coefficiente di mean-reverting e

moto Browniano standard

W_t^μ

MODELLI STOCASTICI TASSI DI INTERESSE

MODELLI DI EQUILIBRIO:

CIR [1985], *mean reverting square root*

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma_r \sqrt{r_t} dW_t^r$$

k = coefficiente di *mean reverting*

θ = tasso normale di lungo periodo

σ_r = volatilità dello *spot rate*

W_t^r = moto *Browniano* standard

Rendleman, Bartter [1980]

Vasicek [1977]

Brennan, Schwartz [1979,1982]

MODELLI AD ARBITRAGGIO NULLO:

Heath, Jarrow, Morton [1992]:

$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega_t)dt + \sigma_1(t, T)F(t, T)dz_{z_1} + \sigma_2(t, T)F(t, T)dz_{z_2}$$

$F(t, T)$: tasso forward istantaneo

$\sigma_1(t, T)F(t, T)$: fattore di shift additivo

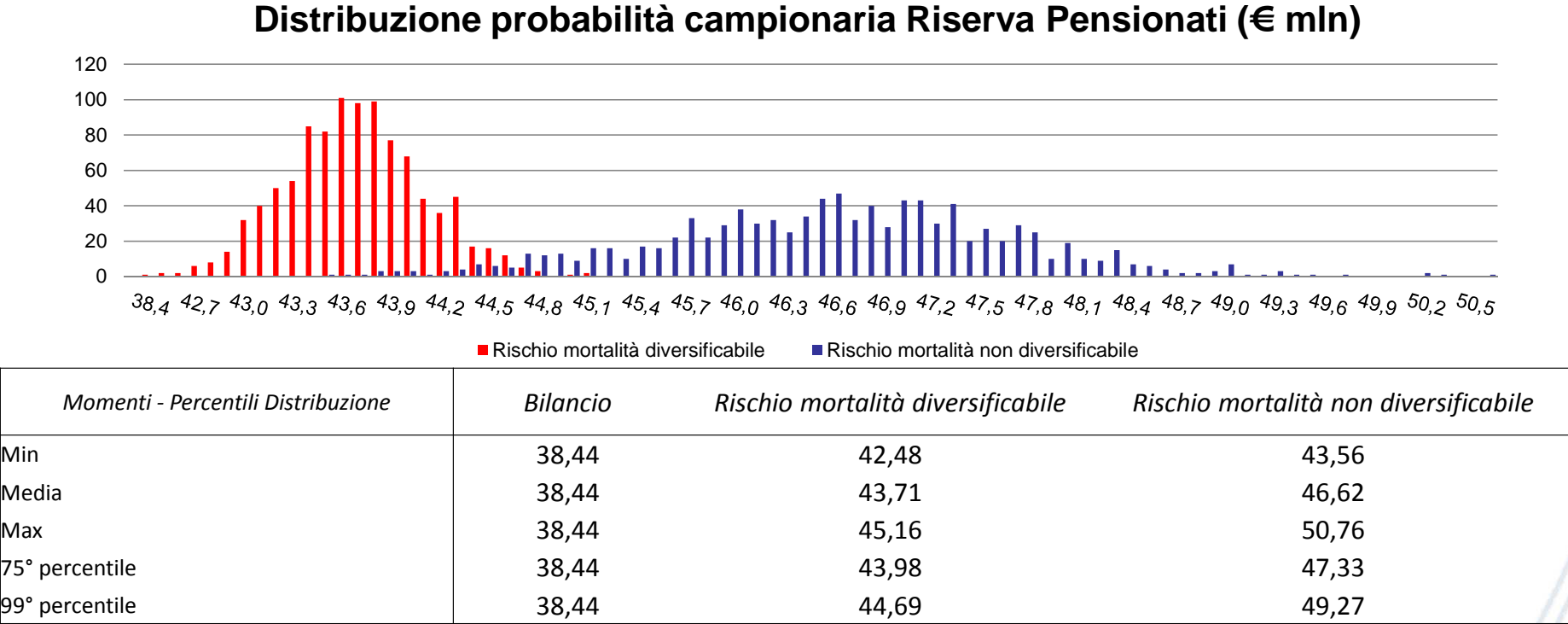
$\sigma_2(t, T)F(t, T)$: fattore di twist

$dz_{z_{1,2}}$: moti *browniani* non correlati

-migliore fitting della curva

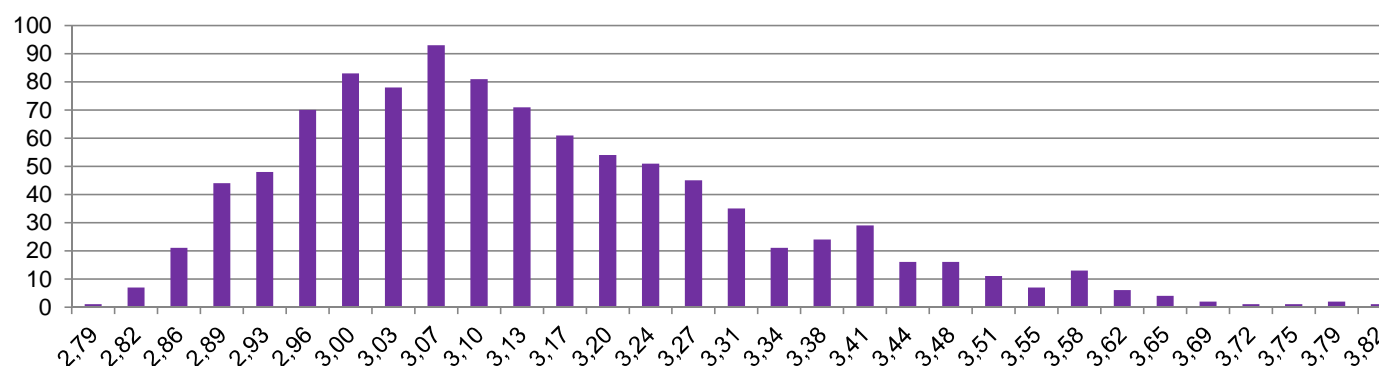
-non - markovianità

IL CONTROLLO DEI RISCHI DEMOGRAFICI E FINANZIARI: UN ESEMPIO DI MODELLO ALM DI TIPO ATTUARIALE



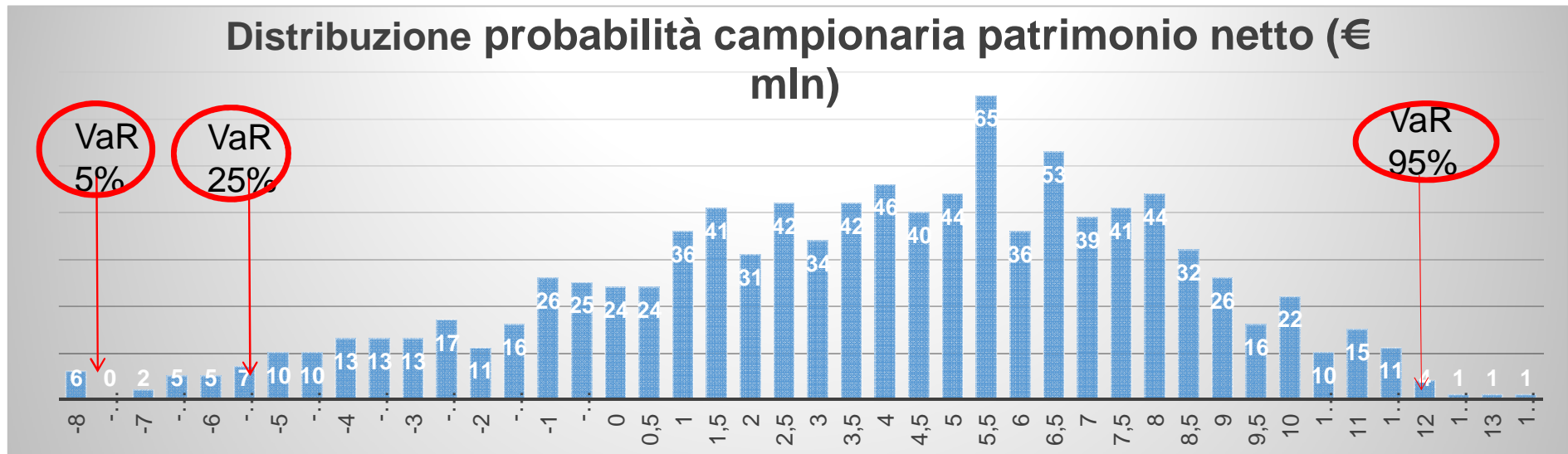
IL CONTROLLO DEI RISCHI DEMOGRAFICI E FINANZIARI: UN ESEMPIO DI MODELLO ALM DI TIPO ATTUARIALE

Distribuzione probabilità campionaria Rendimento annuo di gestione (%)



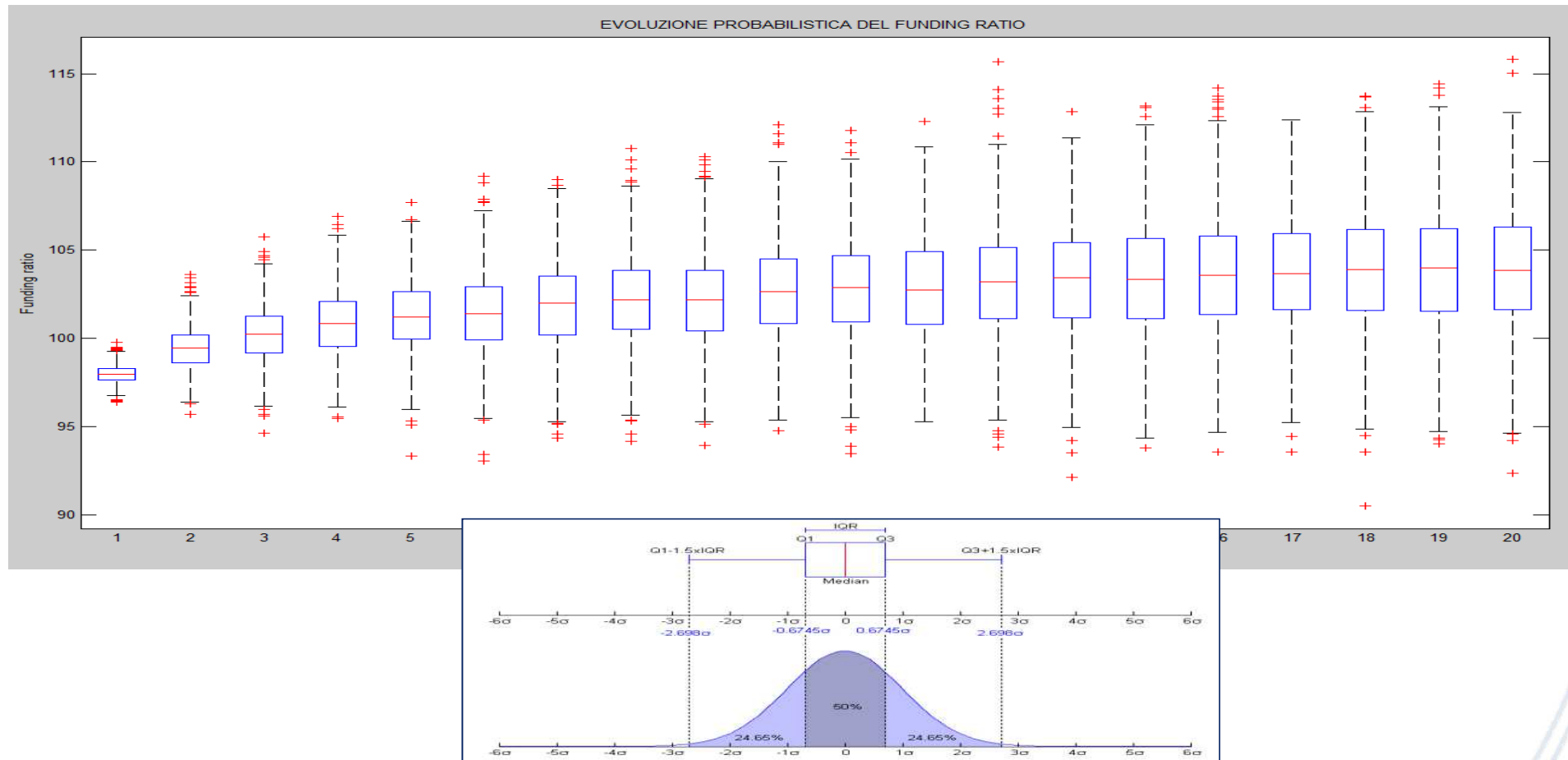
<i>Momenti - Percentili Distribuzione</i>	<i>Rendimento Gestione</i>
Min	2,79
Media	3,12
Max	3,86
25° percentile	2,86
5° percentile	2,82

UN APPROCCIO DI TIPO RISK CAPITAL BASED

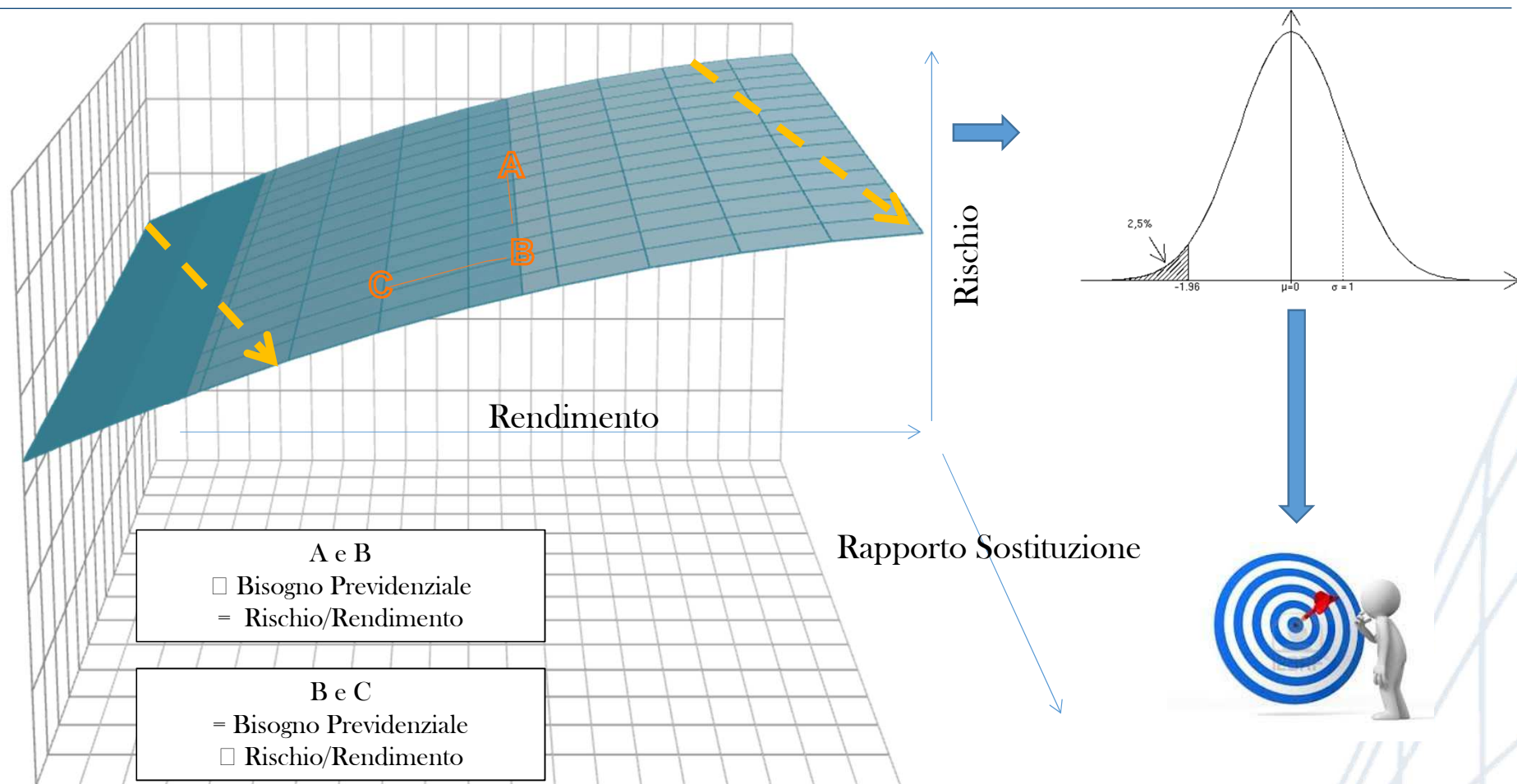


<i>Momenti - Percentili Distribuzione</i>	<i>Patrimonio Netto</i>
Min	-11,41
Media	3,54
Max	13,17
25° percentile	-5,55
5° percentile	-7,58

DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA' CAMPIONARIA DEL FUNDING RATIO



BISOGNO PREVIDENZIALE VS RISCHIO-RENDIMENTO



ALCUNE OSSERVAZIONI SULL'ALM

IL CASO DELLA VALUTAZIONE DEL COSTO DELLA GARANZIA FINANZIARIA

L'EQUAZIONE DEL VALORE DEL CONTRATTO ELEMENTARE

- La logica a **Premi Unici Ricorrenti**:

$$Y_{k,n} = D_k \max \left\{ \frac{I_n}{I_k}, M_{k,n} \right\}$$

I_t = quotazione NAV alla generica ricorrenza t

D_k = contributo versato alla k -sima ricorrenza

$M_{k,n}$ = fattore di accumulazione minimo garantito

- In particolare: $M_{k,n} = \max \left[\beta_p \frac{p_n}{p_k}, \beta_w \frac{W_n}{W_k}, (1+i)^{n-k} \right]$

- Dove p , W e i rispettivamente sono l'indice dei prezzi, l'indice obbligazionario ed un tasso di rendimento minimo garantito.
- E:

$$I_t = \alpha S_t + (1 - \alpha) W_t$$

L'EVOLUZIONE DEL VALORE DEL CONTRATTO ELEMENTARE

- La garanzia a “scadenza”:

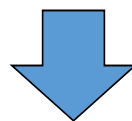
$$Y_{k,n} = D_k \max \left\{ \frac{I_n}{I_k}, M_{k,n} \right\}$$
$$Y_{k,n} = D_k \max \left\{ \prod_{l=k+1}^n \frac{I_l}{I_{l-1}}, M_{k,n} \right\}$$

- La garanzia “cliquet”:

$$Y_{k,n} = D_k \prod_{l=k+1}^n \max \left\{ \frac{I_l}{I_{l-1}}, M_{l-1,l} \right\}$$

VALUTARE LE GARANZIE FINANZIARIE

- ◆ Per il comparto garantito il costo della garanzia è genericamente finanziato prelevando periodicamente una commissione determinata in percentuale del patrimonio.
- ◆ La determinazione del Fair Value del costo della garanzia nell'impostazione del modello di Brennan & Schwartz.
- ◆ Scomposizione PUT della garanzia:
 - ↪ **Componente base**, costituita dal valore di mercato dei contributi versati.
 - ↪ **Componente garanzia**, costituita dal valore di mercato di opzioni *Put forward-start* scritte sul rendimento del NAV.
- ◆ Il valore della commissione di garanzia quale soluzione di una particolare relazione di equilibrio attuariale.



$$\sum_{j=1}^G \sum_{r=1}^{65-x_j} \sum_{k=0}^{r-1} E \left(V \left(0; Y_{k,r}^{(f+g),j} \right) \right) = \sum_{j=1}^G \sum_{r=1}^{65-x_j} \sum_{k=0}^{r-1} E \left(V \left(0; \bar{Y}_{k,r}^j \right) \right)$$

MODELLI ATTUARIALI PER IL CALCOLO DEL VALORE DEL CONTRATTO ELEMENTARE

<u>METODI ANALITICI</u>	<u>METODI NUMERICI</u>
Brennan – Schwartz (1976) Harrison – Kreps (1979) Delbean (1990) Bacinello – Ortu (1992) Nielsen – Sandmann (1994) Hipp (1996)	Albero Binomiale MonteCarlo Metodi alle Differenze Finite
Evoluzione deterministica della struttura dei tassi di interesse e della volatilità dell'indice/unità del fondo; Evoluzione aleatoria della struttura dei tassi di interesse e della volatilità dell'indice/unità del fondo	
IL MODELLO DI BRENNAN E SCHWARTZ	

IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO DI BRENNAN & SCHWARTZ

■ Implicazioni operative

- Basi tecniche
 - Demografiche
 - Finanziarie
- Analisi delle serie storiche delle variazioni logaritmiche dell'indice/dell'unità del fondo/i
- Stima della volatilità
 - Storica
 - Implicita
- Problemi di correlazione nella stima della volatilità panieri di indici/fondi multicomparto
- Valore di mercato della garanzia assicurata

L'EQUAZIONE DEL VALORE DELLE PRESTAZIONI DEL GRUPPO CHIUSO

- Questioni rilevanti:

- Il calcolo del valore richiede la specificazione di una opportuna struttura per **scadenza dei tassi di interesse** e relativa stima:
 - **MODELLI DETERMINISTICI vs. MODELLI STOCASTICI** di evoluzione della struttura per scadenza dei tassi di interesse.
- Il calcolo della struttura delle opzioni PUT europee a pronti e forward start richiede la specificazione di un opportuno modello stocastico che descriva la dinamica intertemporale del sottostante:
 - **MODELLO STOCASTICO** per la rappresentazione della dinamica intertemporale delle quote del comparto.
- La calibrazione della tavola di eliminazione per le diverse cause, tenuto conto dell'ampiezza del differimento temporale dei versamenti contributivi, richiede l'adozione di un modello stocastico di evoluzione della mortalità che sia in grado di catturare sia le variazioni accidentali che le variazioni sistematiche (longevity risk) dei quozienti di mortalità.

QUESTION TIME



RINGRAZIO PER LA CORTESE ATTENZIONE
