

# MEFOP

## SEMINARIO DI SPECIALIZZAZIONE

### IL RISCHIO LONGEVITA' E GLI INVESTITORI PREVIDENZIALI: RIFLESSIONI SULLA OFFERTA LTC



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

ROMA, 20 APRILE 2015



---

*La cartolarizzazione del rischio di longevità e modelli di pricing*

*Paolo De Angelis*  
*Università Sapienza*  
*Associazione Consulenza Ricerca Attuariale*

# INDICE

---

- Rischio di Longevità e strategie di copertura.
- La cartolarizzazione del rischio di longevità alcuni esempi di mercato.
- Il pricing dei Longevity Linked Securities: questioni teoriche e modelli di riferimento.
- Strategie di Hedging e Longevity Risk Market
- Alcuni esempi numerici.
- Conclusioni

# LONGEVITY RISK: DEFINIZIONI ....[CAIRNS, BLAKE E DOWD (2006)]

---

**Longevity Risk:** .....The risk that, in the long term, aggregate survival rates for identified cohorts are higher than anticipated..

Incertezza nel trend (**trend Risk**) di **lungo termine** dei tassi di mortalità ed effetti sulle probabilità di sopravvivenza di lungo termine.

**Mortality Risk:** ....all forms of deviations in aggregate mortality rates from those anticipated at different ages and over different time horizons....

Incertezza di **breve termine** (**variability Risk**) sui tassi di mortalità anche per effetto di eventi di natura catastrofale (**short – term/catastrophic mortality risk**)

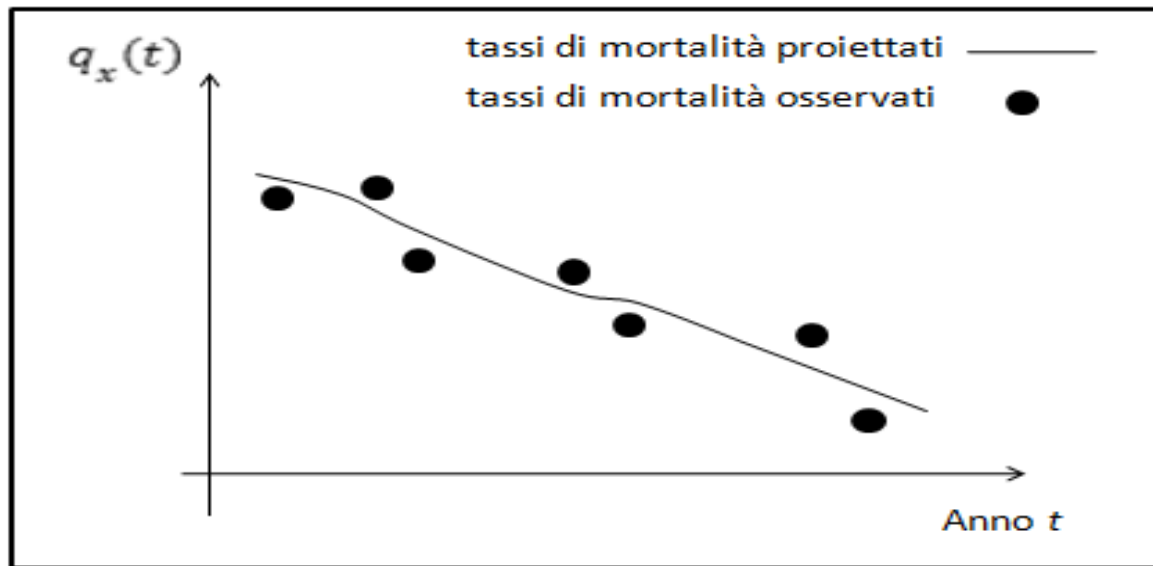
**Short –term/catastrophic mortality risk:** ....the risk that, over short periods of time, mortality rates are much higher or lower than would be experienced.....

# IDENTIFICAZIONE DEL RISCHIO: RISCHIO INDIVIDUALE E AGGREGATO

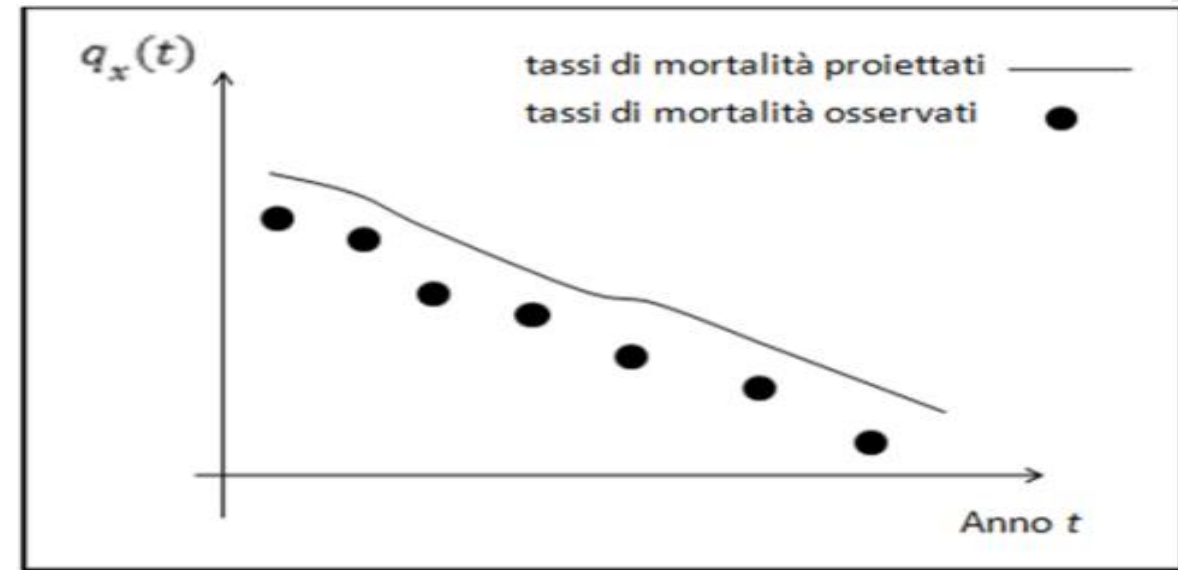
**Il longevity risk aggregato ha carattere di rischio sistematico**

**Il longevity risk individuale è un rischio di fluttuazioni casuali**

*Fluttuazioni casuali*



*Deviazioni sistematiche*



# LA GESTIONE DEL LONGEVITY RISK

Il longevity risk può essere gestito da un provider di rendite vitalizie trattenendolo o trasferendolo ad altre controparti.



# LONGEVITY RISK E STRUTTURA DEL MERCATO FINANZIARIO

---

- Struttura del mercato finanziario longevity linked security:

- **Lato Domanda (Hedgers):**

- *Fondi pensione, Compagnie di assicurazione sulla vita, Casse previdenziali*

- **Lato Offerta (Speculators):**

- *Investitori istituzionali, Fondi di investimento, Banche ed altri intermediari finanziari*



***LA RICERCA DEL RISK PREMIUM***

# SVILUPPO MERCATO DELLE LLS

---

- **Vincoli e Barriere:**

- *Hedging imperfetto e Mercato non liquido*
- *Mercato incompleto e Asimmetria informativa: contratti standardizzati*
- *Criticità per la determinazione del **Risk Premium***

- **Soluzioni:**

- *Creazione di Mortality/Survivor Index*
- *Differenziazione per:*
  - età e sesso

**E**

area geografica



**DIVERSIFICAZIONE PER LA RIDUZIONE DEL BASIS RISK**

# LONGEVITY RISK E STRUTTURA DEL MERCATO FINANZIARIO

---

## Fonti di Rischio

- *Basis Risk*



*Mismatching Risk*

- *Unsystematic mortality Risk*



*Variazioni casuali sul tasso di mortalità – strategie di Pooling- rischio diversificabile*

- *Systematic mortality Risk*



*Variazioni strutturali sulla curva dei tassi di mortalità – rischio non diversificabile*



# STRATEGIE DI GESTIONE DEL LONGEVITY RISK

---

- Soluzioni per la gestione del Longevity Risk:







- **Assured Based:**

- Bulk annuity transfer (riassicurazione)
- Pension fund buy-out (**full** vs. **partial** Buy-Out)

- **Financial Based:**

- *Ricorso al mercato dei capitali*
- *Strumenti finanziari di 1^ generazione.*
  - ✓ *Bond - Based*
  - ✓ *Life Securitisation*
- *Strumenti finanziari di 2^ generazione.*
  - ✓ *Derivatives - Based*

# STRUMENTI FINANZIARI BOND – BASED: **LBs**

- STANDARD LBs   $F(T,S(T,x))=kS(T,x)N, k>0, T=1,2,....$
- INVERSE LBs   $F(T,S(T,x))=k(1-S(T,x))N, k>0, T=1,2,....$
- LONGEVITY ZEROS  Struttura zcb
- PRINCIPAL AT RISK   $F(t)=kN, k>0, t=1,2,....; t=T, F(T,S(T,x))=NS(T,x)$
- SURVIVOR BONDS  = STANDARD LBs, T
- COLLETERALIZED L.OBBLIGATIONS  = CDOs

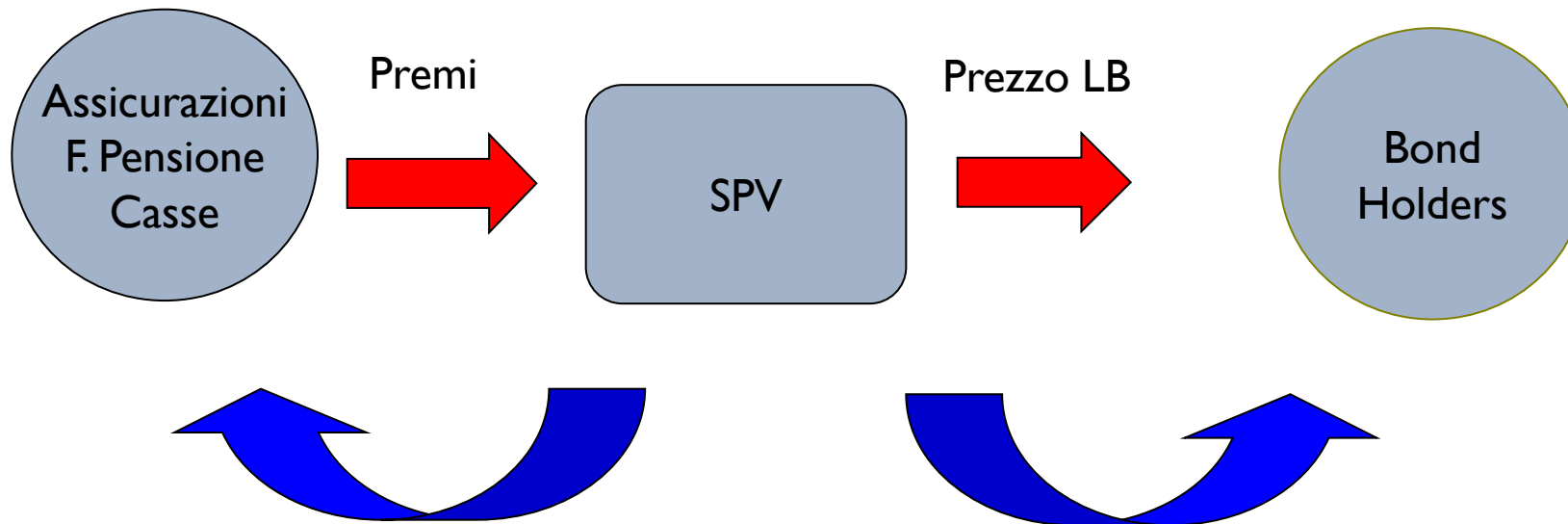
# STRUMENTI FINANZIARI BOND – BASED

---

## Life Securitization

- Blocks of Business  Cessione di sottoinsiemi di portafoglio per la capitalizzazione dei profitti.
- Regulatory Reserving  Cessione parziale delle riserve per liberare capitale ai fini di solvibilità.
- Life Settlement  Cessione contratti vita da parte degli assicurati ad un valore  $R < P < N$ .
- Reverse mortgage securitization  Prestiti vitalizi.

# CARTOLARIZZAZIONE DEL RISCHIO DI LONGEVITÀ



**Pay-off dipendente da un indice demografico**

# STRUMENTI FINANZIARI DERIVATIVES - BASED

- Mortality – Longevity Swaps
- Mortality – Longevity Forwards
- Mortality – Longevity Futures
- Mortality – Longevity Options



$$FixedLeg_T = \hat{q}(x, T)N_0$$

$$FloatingLeg_T = q^{oss}(x, T)N_0$$

$N_0$  : nozionale di riferimento

$\hat{q}$  : quoziente di mortalità fissato all'emissione

$q^{oss}$  : quoziente di mortalità osservato in T

# ALCUNE ESPERIENZE

---

- **Mortality Bond:**

- Swiss Re – Vita I (2003) \$400m;
- Swiss Re – Vita II (2005) \$362m;
- Swiss Re – Vita III (2007) \$705m;
- Scottish Re – Tartan(2006) \$155m;
- AXA – Orisis (2006) \$442m.

- **Longevity Bond:**

- EIB/BNL Paribas (2004) £540m

- **Reverse Mortgage:**

- JP Morgan (2008)
- EUVIS (2008)

- **OICVR:**

- ESKATOS I Fund (2008)

# SWISS RE – VITA I (2003)

- **Struttura: Principal at Risk**
- **Durata 3 anni;**
- **Emissione 1-Gen-2004;**
- **Scadenza: 1-Gen-2007;**
- **Mortality index: Media di più popolazioni;**
- **Cedole trimestrali indicizzate al USD Libor più *spread*;**
- **A scadenza: restituzione del capitale investito, ridotto (eventualmente) di un'aliquota dipendente dalla mortalità osservata sul triennio;**
- **Pricing: teoria dei valori estremi;**
- **Destinatari: assicuratori e riassicuratori.**

US	70,00%
UK	15,00%
France	7,50%
Italy	5,00%
Switzerland	2,50%

Maschi	65,00%
Femmine	35,00%

# BNP/EIBANK\_PARIBAS (Nov. 2004)

---

- Struttura: standard LB + mortality swap
- Durata 25 anni;
- Emissione di £540m;
- Cedola base di £50m (9,26% sul nominale),
  - Ridotta in base al *Survivor Index* calcolato sulla coorte dei 65-enni del 2002 di Inghilterra e Galles;
- Copertura Rischio di Cambio;
- Destinatari: fondi pensione.



# JP MORGAN(2007) “Q-FORWARDS”

<b>Notional amount</b>	GBP 50.000.000
<b>Trade date/Effective date</b>	31 dec 2006
<b>Maturity date</b>	31 dec 2016
<b>Reference year</b>	2015
<b>Fixed rate / amount payer</b>	1,20% / JPMorgan
<b>Fixed amount</b>	Notional amount x fixed rate x 100
<b>Reference rate</b>	LifeMetrics graduated initial mortality rate for 65-year-old males in the reference year for England & Wales national population.
<b>Floating amount payer/Bond Holder</b>	XYZ Pension
<b>Floating amount</b>	Notional amount x reference rate
<b>Settlement</b>	Net settlement = Fixed amount - Floating amount

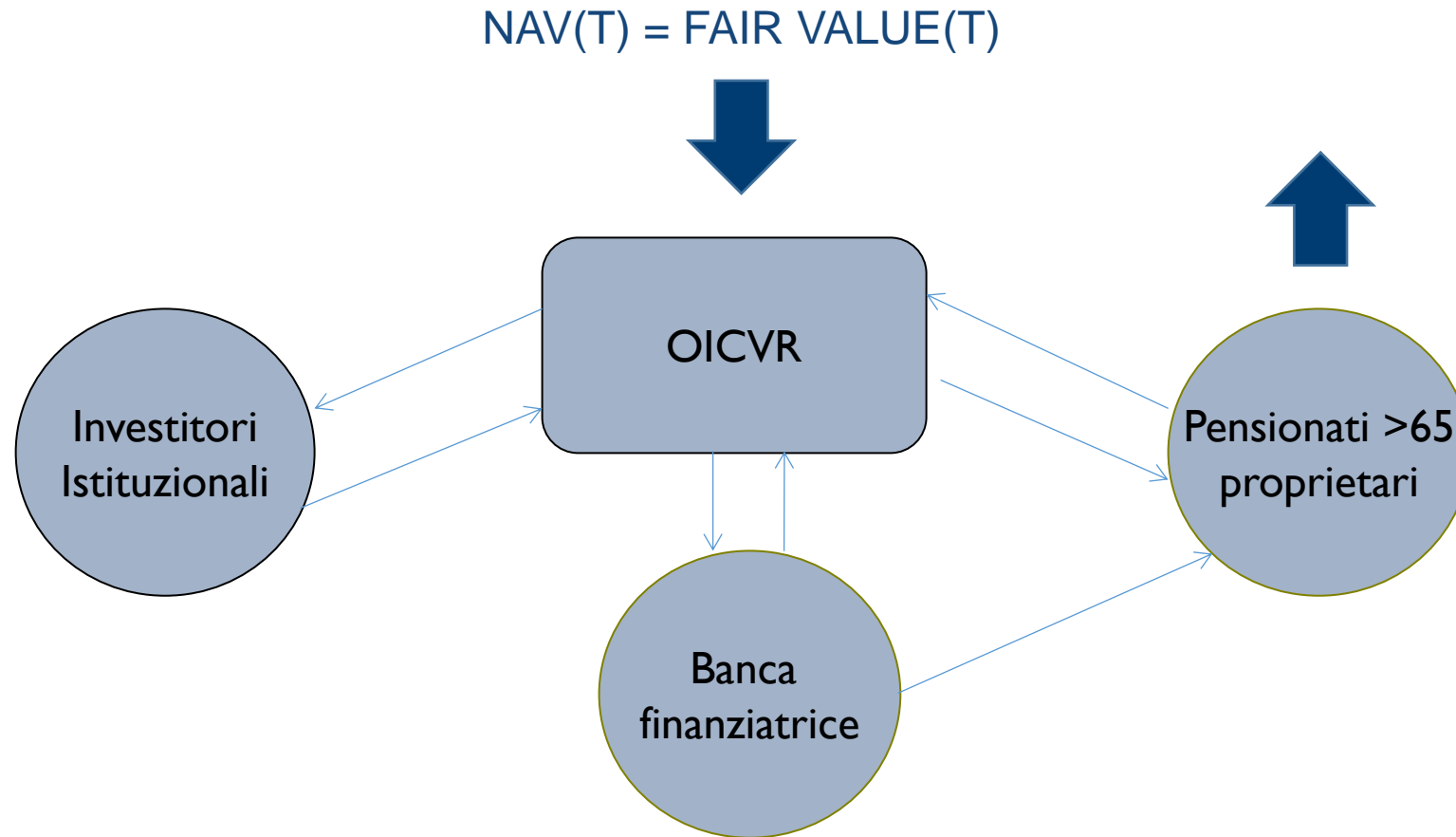
# IL PRESTITO VITALIZIO EUVIS

---

- **Caratteristiche :**

- Fonte Normativa: Legge n. 248/2005
- Strumento finanziario: finanziamento a medio –lungo termine con garanzia ipotecaria
- Requisito di età: non inferiore a 65 anni
- Importo finanziato: dal 15% al 50% del valore dell'immobile di proprietà, al crescere dell'età del richiedente
- Ammortamento vitalizio: restituzione del capitale + interessi + spese, al decesso del proprietario o del più longevo della coppia
- Tasso finanziamento: 7,5%
- no negative equity guarantee: clausola contrattuale che limita il valore del debito a carico degli eredi al valore di realizzo dell'immobile dato in garanzia

# OICVR E PRESTITI VITALIZI



# ESKATOS I FUND\_FONDO DI INVESTIMENTO

---

## NON LIFE RISKS

- **Nat Cat:**
  - Hurricane, earthquake, windstorm, ...
- **Man-Made Cat:**
  - Aviation, marine, terrorism, ...

## LIFE RISKS

- **Longevity:**
  - Life settlement, annuity business, ...
- **Mortality:**
  - Pandemic events
- **Trend:**
  - EV, New business value financing

# SURVIVOR INDEX E LA LOGICA DEL MERCATO DEI CAPITALI

---

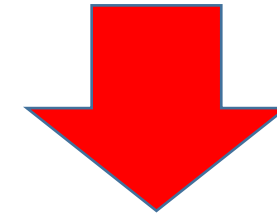
## **Requisiti:**

Trasparenza, Misurabilità, Tempestività,  
Efficienza, Osservabilità.

## **Esperienze:**

- Credit Suisse Longevity Index(2005),
- JP Morgan Index (2007),
- Goldman Sachs Mortality Index (2007),
- Deutsche Borse (2008)

## **Popolazioni di riferimento**



**UK**  
**USA**  
**Olanda**  
**Germania**

# SURVIVOR INDEX E LA LOGICA DEL MERCATO DEI CAPITALI

---

## Logica Market Consistent

*Prezzo equivalente defaultable zero-coupon bond,  
dipendente da spot mortality rate*

*Analogia con modelli per la struttura dei tassi di interesse  
e per il rischio di credito.*



## LA RICERCA DEL MORTALITY RISK PREMIUM

*ACTUARIAL APPROACH vs. RISK NEUTRAL APPROACH*

# IL PRICING DELLE LONGEVITY-LINKED SECURITIES

---

- Esistono principalmente tre approcci di pricing
  - **Trasformata di Wang (Wang (2002))**
    - ❑ Le probabilità risk adjusted sono ottenute tramite un operatore di distorsione.
  - **Approccio risk-neutral**
    - ❑ Si applicano alle longevity-linked securities gli stessi principi di pricing usati per il pricing dei derivati finanziari.
  - **Sharpe ratio**
    - ❑ Si ipotizza che gli investitori chiedano per assumere il rischio di longevità un premio per il rischio (Sharpe ratio) pari a quello richiesto per il rischio non diversificabile di altri strumenti finanziari.

# IL PRICING DEI L.L.S.

---

- **MODELLO STOCASTICO DI MORTALITA':**

MODELLI A TEMPO DISCRETO **vs.** MODELLI A TEMPO CONTINUO

- *Positività dell'intensità istantanea di mortalità*
- *Consistenza con i dati storici*
- *Ragionevolezza biologica della dinamica di lungo termine*
- *Trattabilità operativa per il pricing per via analitica o numerica*
- *Parsimonia*

- **MODELLO STOCASTICO DINAMICA TASSI DI INTERESSE:**

- MODELLI DI EQUILIBRIO A 1 O 2 FATTORI
- MODELLI AD ARBITRAGGI NULLI

- **APPROCCIO:**

- ACTUARIAL
- RISK NEUTRAL



# MODELLI STOCASTICI DI MORTALITA'

---

- Lee – Carter [1992]
- Renshaw – Haberman [2003, 2006]
- Cairns, Dowd, Blake [2006, 2008]
- Currie, Durban, Eilers [2004]

## AGE-PERIOD vs AGE-PERIOD-COHORT

### Mean - Reverting Brownian Gompertz:

- Milevsky, Promislow [2001]
- Dahl [2004]
- Biffis, Denuit, Devolder [2005]
- Biffis, Millosovich [2006]
- Baione, De Angelis, Fortunati [2006]

- SHORT RATE MODELS
- FORWARD RATE MODELS
- MARKET MODELS
- POSITIVE MORTALITY MODELS

# MODELLI STOCASTICI TASSI DI INTERESSE

## MODELLI DI EQUILIBRIO:

- **CIR [1985]**, *mean reverting square root*:

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma_r \sqrt{r_t} dW_t^r$$

$k$  = coefficiente di *mean reverting*

$\theta$  = tasso normale di lungo periodo

$\sigma_r$  = volatilità dello *spot rate*

$W_t^r$  = moto *Browniano* standard

- **Rendleman, Bartter [1980]**
- **Vasicek [1977]**
- **Brennan, Schwartz [1979,1982]**

## MODELLI AD ARBITRAGGIO NULLO: Heath, Jarrow, Morton [1992]:

$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega_t)dt + \sigma_1(t, T)F(t, T)dz_{z_1} + \sigma_2(t, T)F(t, T)dz_{z_2}$$

$F(t, T)$ : tasso forward istantaneo

$\sigma_1(t, T)F(t, T)$ : fattore di shift additivo

$\sigma_2(t, T)F(t, T)$ : fattore di twist

$dz_{z_{1,2}}$ : moti *browniani* non correlati

- **migliore fitting della curva**
- **non - markovianità**

# DISTORTION APPROACH

## DISTORTION APPROACH

Lin, Cox [2005]

Cox, Linn, Wang [2006]

Denuit, Devolder, Goderniaux [2007]

Levantesi, Menzietti, Torri [2008]

## TRASFORMATATA DI WANG

$$a_x^{MKT}(t_0) = \sum_{t \geq 1} \left[ 1 - \phi \left( \phi^{-1}({}_t \hat{q}_x) - \lambda_x(t_0) \right) \right] P(0, t)$$

Distribuzione Normale

Risk Mkt Price

$${}_t \hat{q}_x^* = \phi \left[ \phi^{-1}({}_t \hat{q}_x) - \lambda_x(t_0) \right]$$

Distorted Distribution

# RISK NEUTRAL APPROACH: LONGEVITY Z-COUPON

- Cairns, Blake, Dowd (2006)

$$B_S(t, T, x) = \frac{P(t, T) B_{CS}(t, T, x)}{C(t)}$$

$$C(t) = \exp \left[ \int_0^t r(u) du \right]$$

**Cash Account**

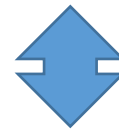
- **(T,x)-Longevity Bond**

$$\text{PayOut}_{CS}(T) = C(T)S(T, x)$$

$$\text{PayOut}_S(T) = S(T, x)$$

- **Prezzo a pronti**

$$P(t, T) = E_Q \left( \frac{C(t)}{C(T)} \mid F_t \right)$$



$$B_{cs}(t, T, x) = \hat{E}_Q \left[ \frac{C(t)}{C(T)} C(T) S(T, x) \mid H_t \right] = C(t) \hat{E}_Q [S(T, x) \mid M_t]$$

# LONGEVITY Z-COUPON: ASSENZA D'ARBITRAGGIO E RISK NEUTRAL APPROACH

---

- **Logica Market Consistent:**

- *Spot e forward survival probabilities:*

$$p_Q(t, T, x) = \frac{B_{CS}(t, T, x)}{C(t)S(t, x)}$$

da cui :

$$p_Q(t, T_0, T_1, x) = \frac{p_Q(t, T_1, x)}{p_Q(t, T_0, x)}$$

# APPLICAZIONI

- **Survivor index e probabilità a pronti e a termine**
- **Prestito vitalizio**
- **Fair Value contratti assicurazione per OICVR**
- **Longevity Bond**

# MODELLI ED IPOTESI DI LAVORO

---

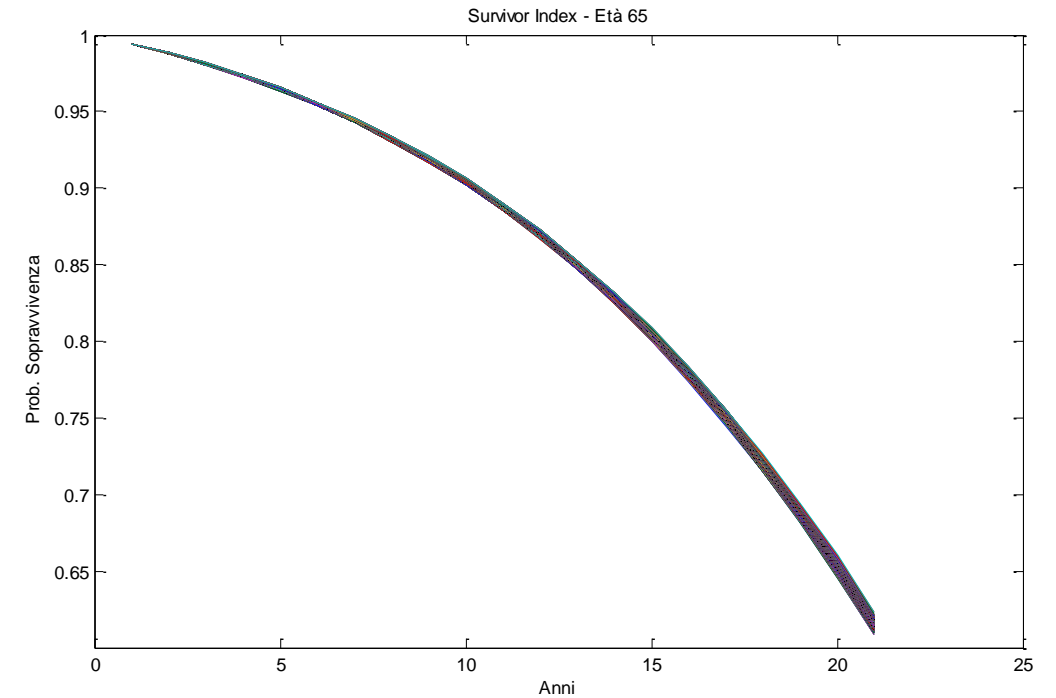
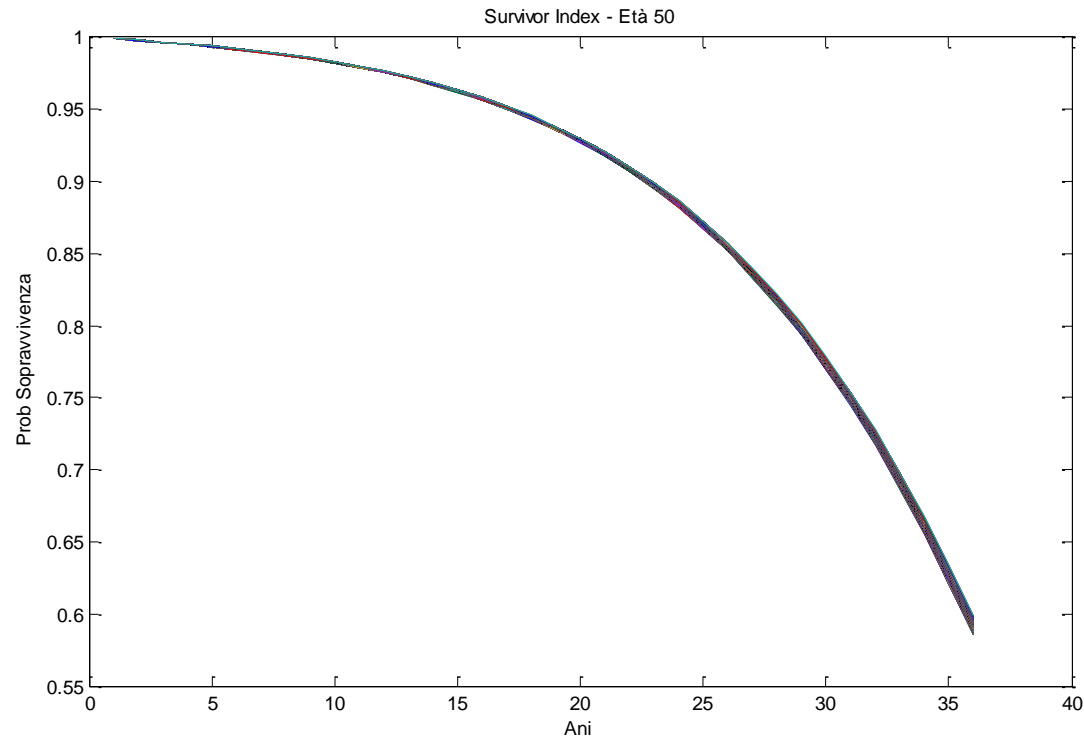
## CIR

- **Metodo:** Brown e Dybvig.
- **Campione**   **Stima**   **parametri**  
**spot rate:** quotazioni IRS al 15 marzo 2010.

## MRBG/Lee-Carter:

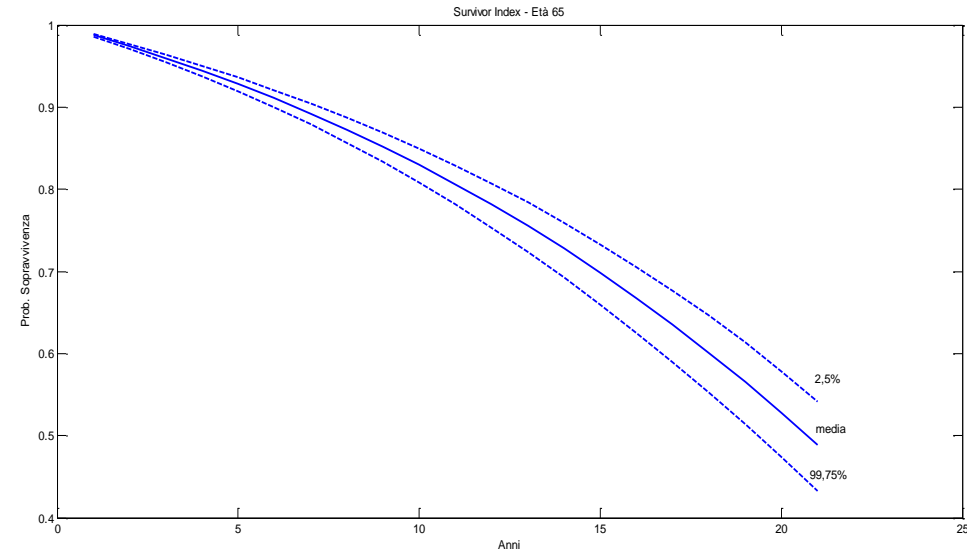
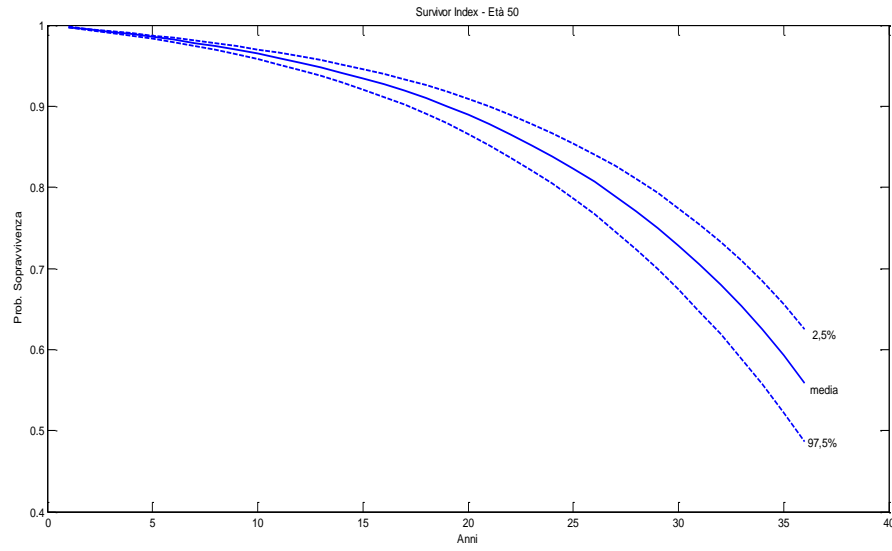
- **Metodo:** stimatori di massima verosimiglianza
- **Campione stima:** variazioni delle intensità istantanee di mortalità osservate sulle tavole di mortalità  
Fonte: The Human Mortality Database
- **Profondità storica:** 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985,...,2006.
- **Parametro  $g(x)$ :** calibrato in riferimento alla tavola di mortalità IPS55 M.

# SURVIVOR INDEX - MRBG

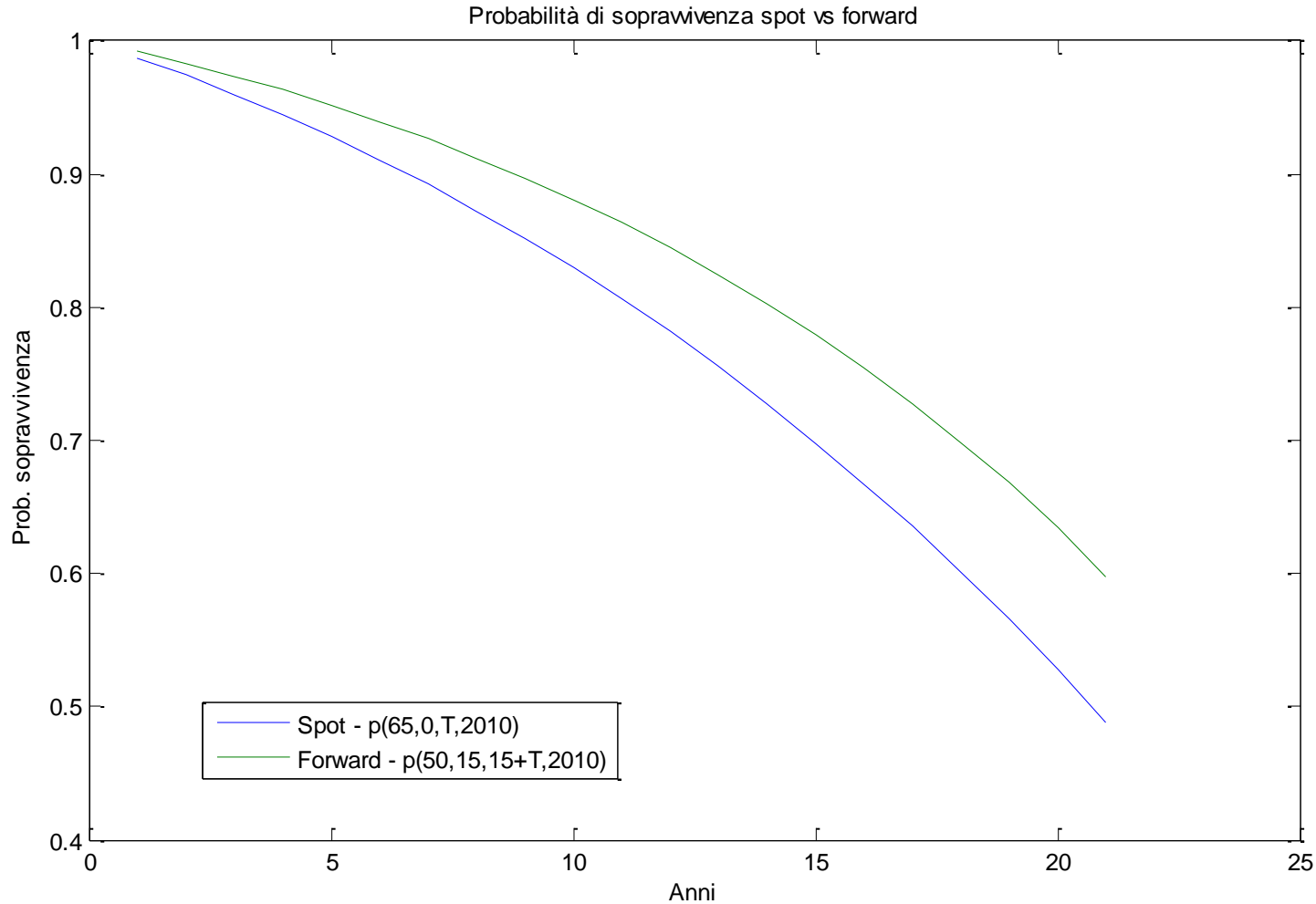




# SURVIVOR INDEX - LEE CARTER



# PROBABILITÀ SPOT VS FORWARD

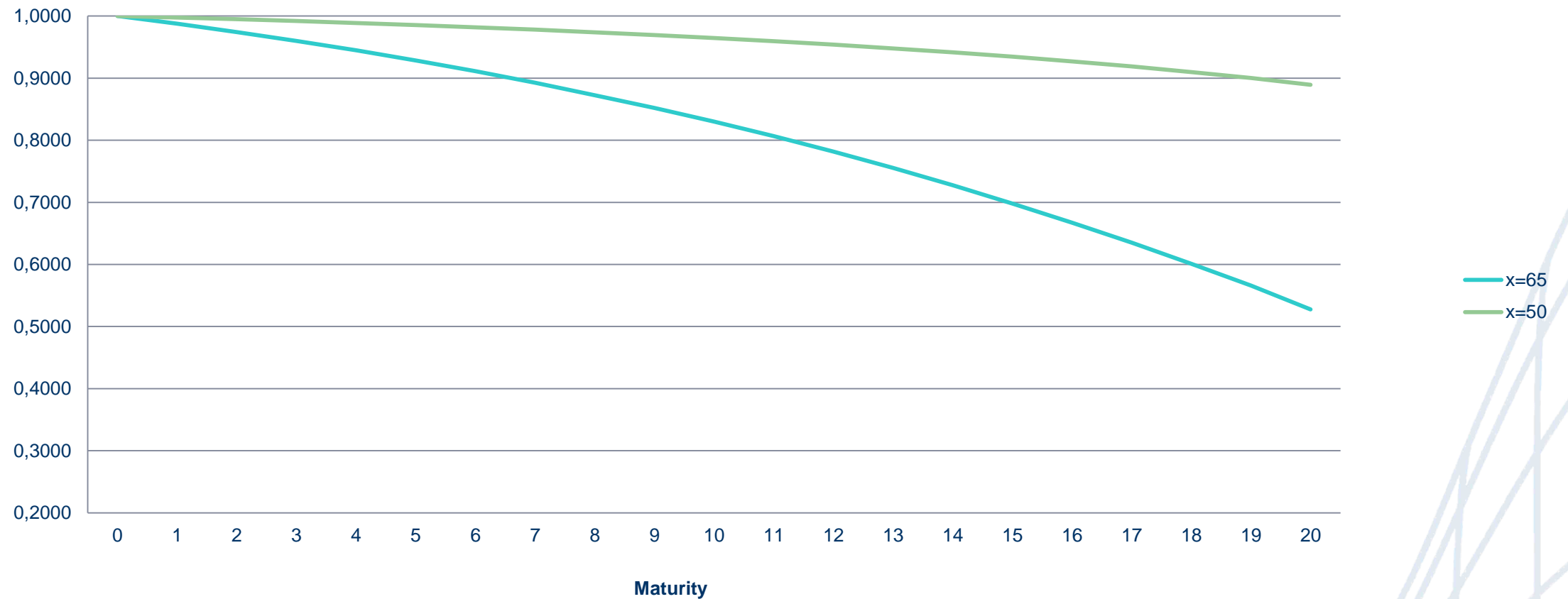


# LONGEVITY BOND

---

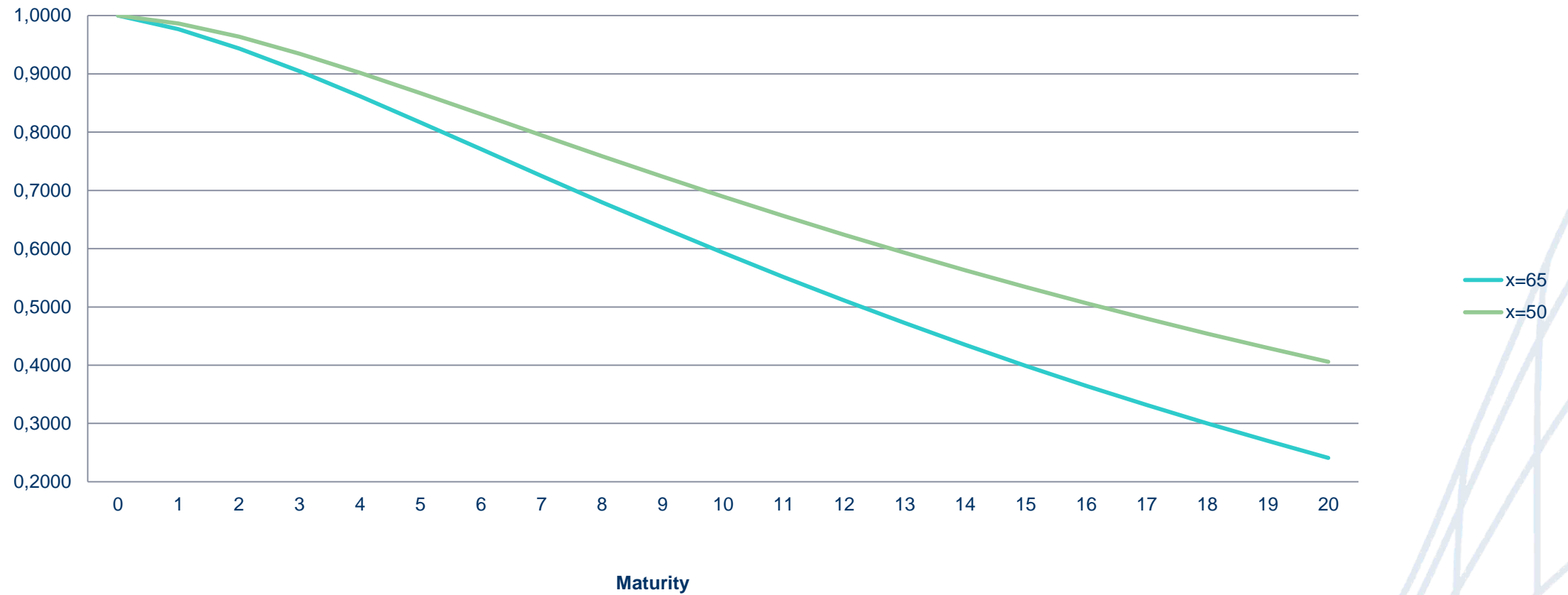
# PREZZO LONGEVITY BOND

Longevity zeros  $Bcs(x, 2010, T)$

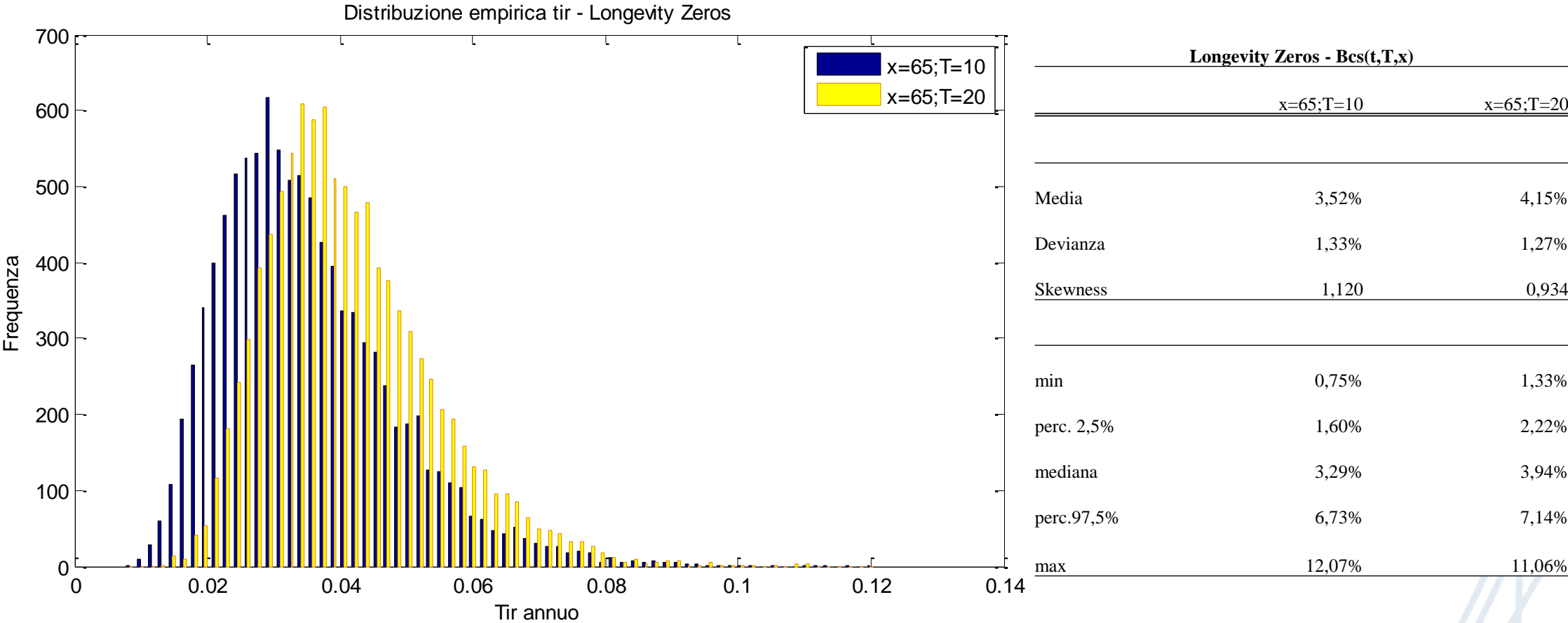


# PREZZO LONGEVITY BOND

Longevity zeros  $Bs(x, 2010, T)$



# DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ CAMPIONARIA IRR: $Bcs(t,T,x)$



# CARATTERISTICHE LONGEVITY BULLET BOND

## Tipo A:

Cedola(t)= $\alpha$  S(t,x) Nozionale

B(T) = Nozionale

$\alpha$  =75%

Nozionale=100

X=65

$$W(t) = \sum_{k=1}^T P(0,k) \hat{E}_Q[S(k) | M_0] \alpha N + NP(0,T)$$

## Tipo B:

Cedola(t)= $\alpha$  C(t) S(t,x) Nozionale

B(T) = C(T) Nozionale

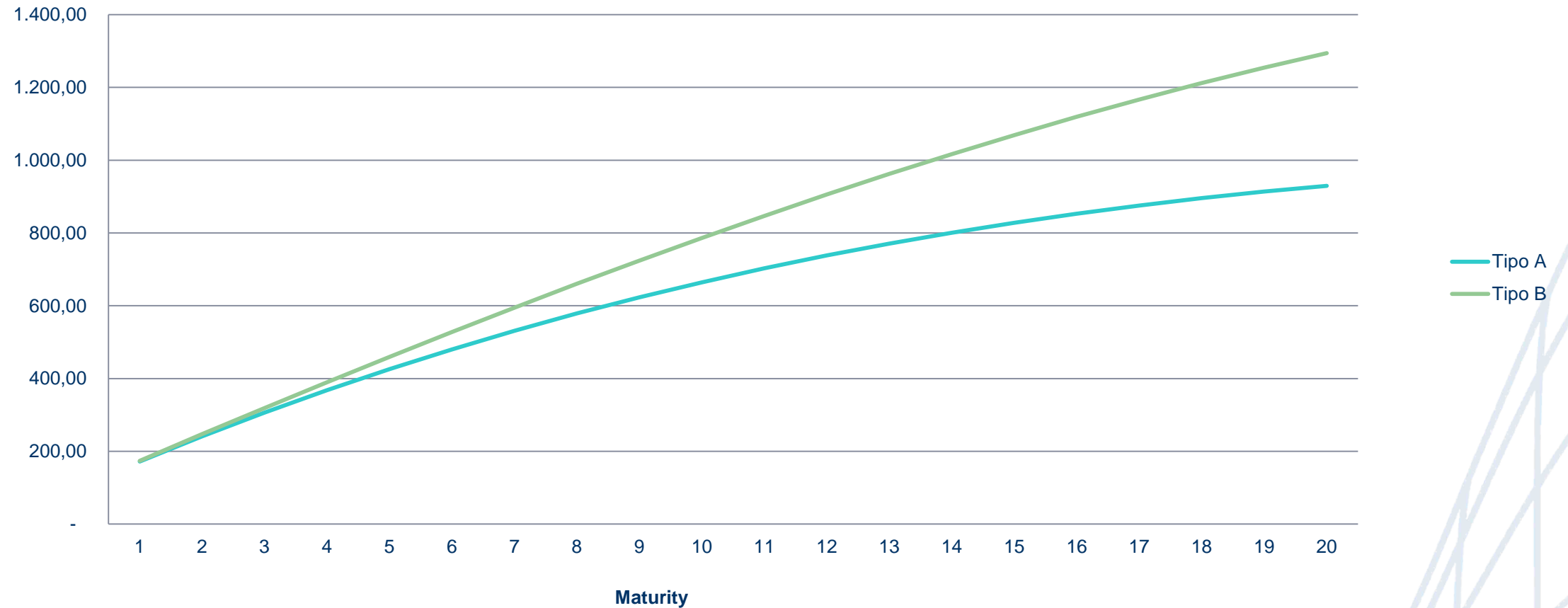
$\alpha$  =75%

Nozionale=100

X=65

$$W(t) = \sum_{k=1}^T \hat{E}_Q[S(k) | M_0] \alpha N + N$$

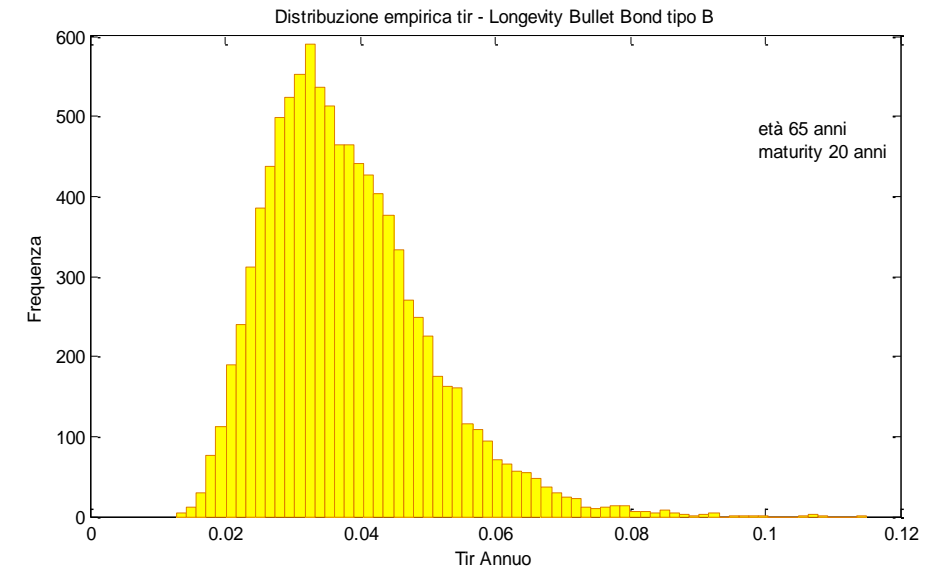
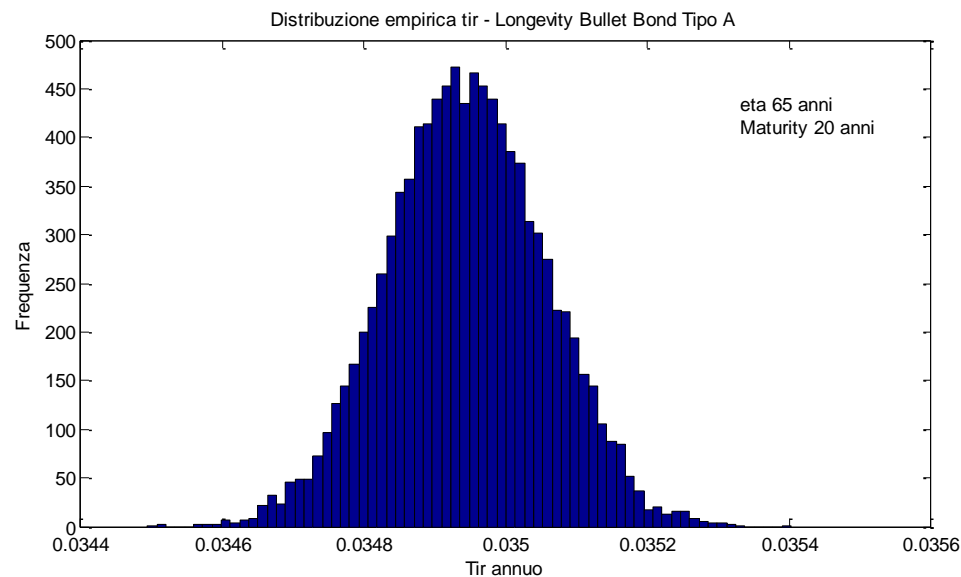
# LONGEVITY BULLET BOND





# LONGEVITY BULLET BOND:TASSO INTERNO RENDIMENTO

	Tipo A	Tipo B
Media	3,49%	3,80%
Devianza	0,01%	1,19%
Skewness	0,008	0,997
min	3,45%	1,28%
perc. 2,5%	3,47%	2,03%
mediana	3,49%	3,61%
perc.97,5%	3,52%	6,58%
max	3,54%	11,51%

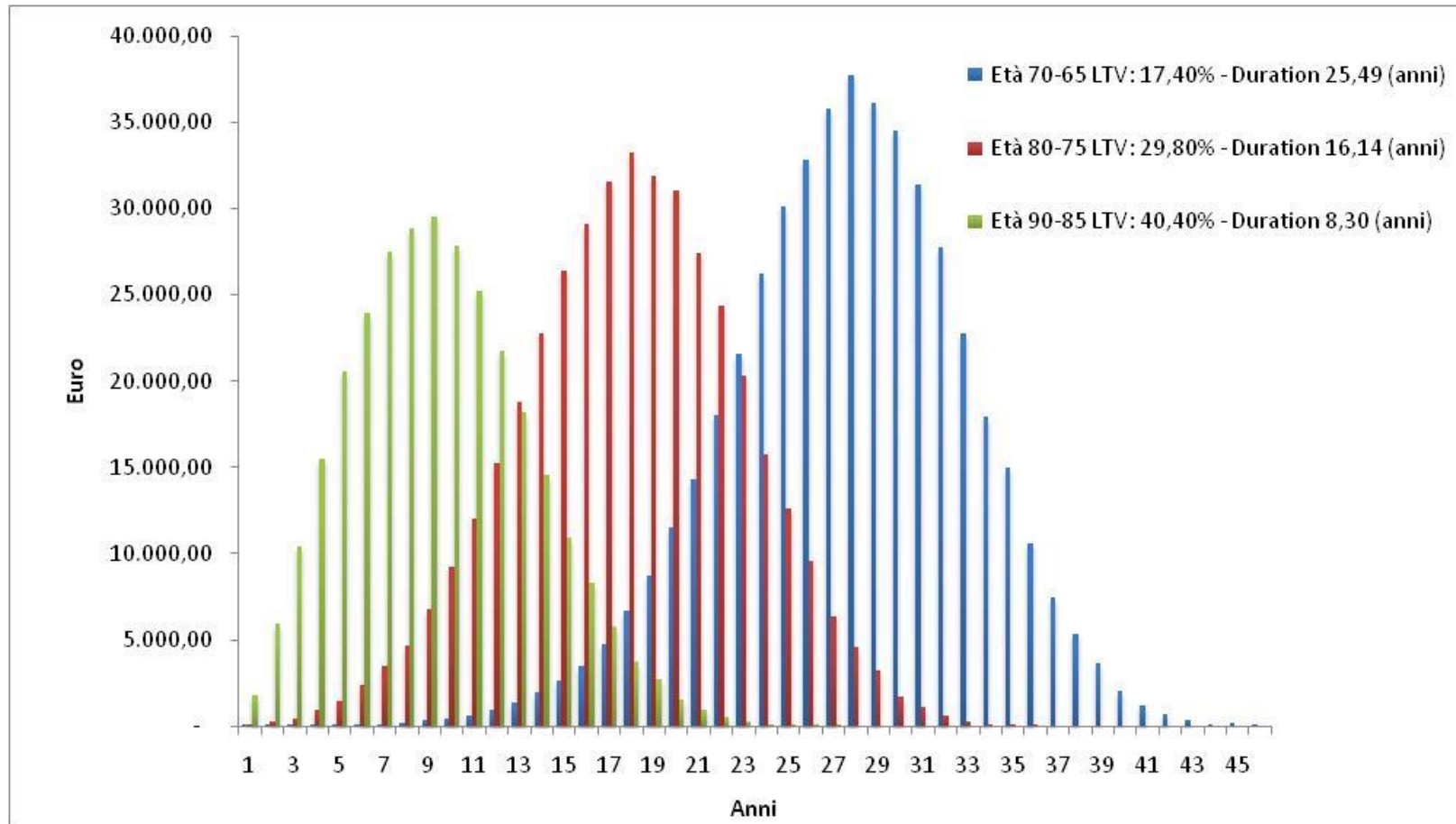


# PRESTITI VITALIZI

---

# AMMORTAMENTO ATTESO DEL PRESTITO

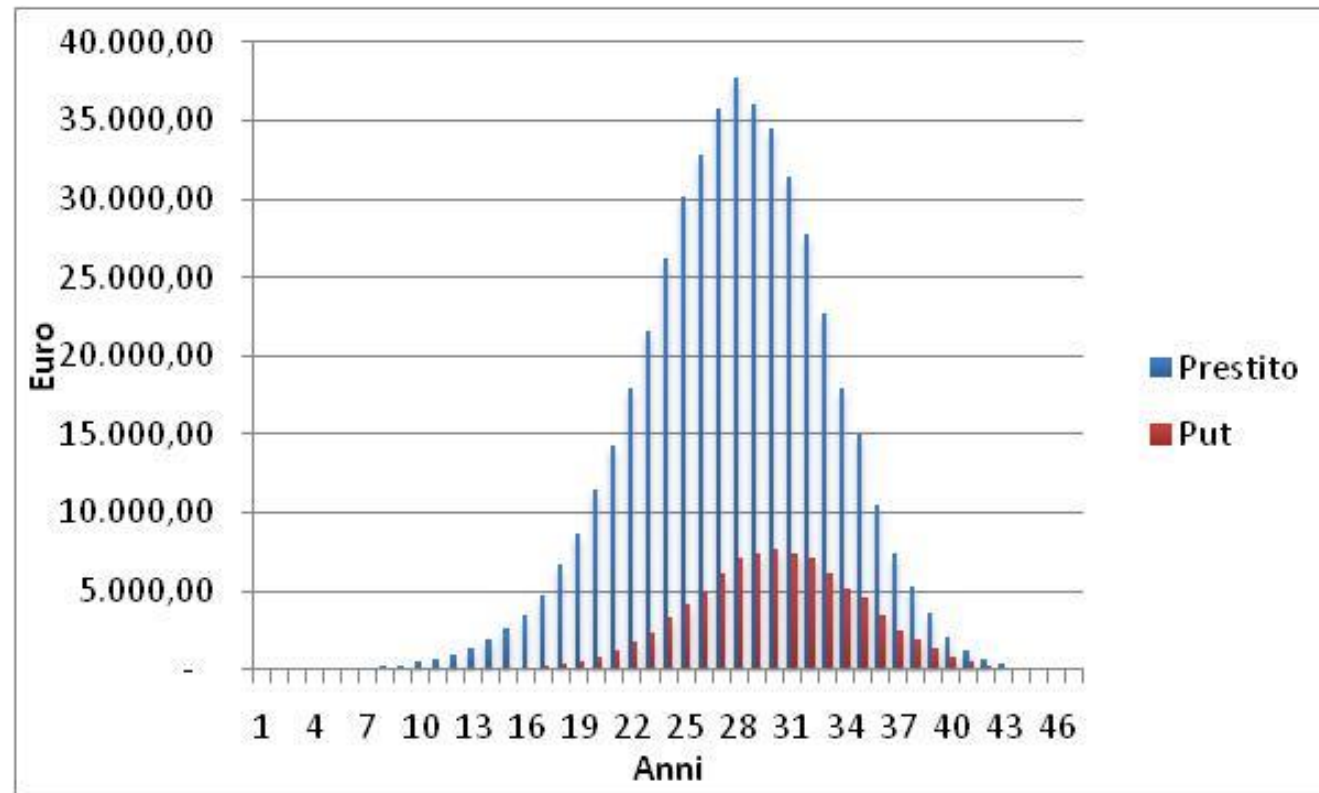
- Valore Immobile: 400 k euro
- Tasso finanziamento nominale: 7,5% annuo



# AMMORTAMENTO ATTESO DEL PRESTITO VS VALORE OPZIONE PUT

- Et  iscritto:70 Et  coniuge:65
- Valore Immobile: 400 k euro
- Tasso finanziamento nominale: 7,5% annuo
- Volatilit  mercato immobiliare: 20%

Anni	Prob Esercizio Put
1	0,00%
5	0,00%
10	0,01%
15	0,14%
20	0,84%
25	2,40%
30	2,62%
35	0,98%
40	0,11%
46	0,00%



# DISTRIBUZIONE PER ETÀ DEI DEBITORI E VALORE OPZIONE PUT

Età 70-65 LTV: 17,40%				
Volatilità	10%	20%	25%	
IRR Risk-Adjusted	7,22%	6,00%	5,38%	
Costo opzione	0,28%	1,50%	2,12%	
Totale	7,50%	7,50%	7,50%	

Base annua

Età 80-75 LTV: 29,80%				
Volatilità	10%	20%	25%	
IRR Risk-Adjusted	7,23%	6,07%	5,44%	
Costo opzione	0,27%	1,43%	2,06%	
Totale	7,50%	7,50%	7,50%	

Base annua

Età 90-85 LTV: 40,40%				
Volatilità	10%	20%	25%	
IRR Risk-Adjusted	7,32%	6,22%	5,51%	
Costo opzione	0,18%	1,28%	1,99%	
Totale	7,50%	7,50%	7,50%	

Base annua

Età 95-90 LTV: 43,50%				
Volatilità	10%	20%	25%	
IRR Risk-Adjusted	7,39%	6,43%	5,70%	
Costo opzione	0,11%	1,07%	1,80%	
Totale	7,50%	7,50%	7,50%	

Base annua

# CONCLUSIONI

---

- Il mercato dei LLS:
  - Un mercato sottile
  - Mercato illiquido
  - Pochi operatori specializzati
  - .....MA.....

con un elevato potenziale di sviluppo